

# FUNDAMENTOS Y METODOS DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS\*

Guy Brousseau

Universidad de Burdeos I

## Resumen

Este texto es la primera parte de un estudio que intenta presentar los fundamentos y los métodos de la didáctica de las matemáticas.

Se trata de reunir cierto número de conceptos introducidos desde hace ya algunos años, y organizarlos para presentarlos como elementos de una teoría.

El método elegido de exposición es bastante lento pues hace depender la introducción de cada nuevo concepto de tres problemáticas distintas.

La primera es la de la pertinencia. Se trata antes que nada de describir cierto tipo de relaciones humanas de manera de hacer aparecer los conceptos de didáctica como medios útiles para esta descripción. Los nuevos ejemplos que la comunidad de didácticas acumula desde hace diez años han permitido « mostrar » fenómenos de didáctica; el envejecimiento, los efectos del contrato ... pero esas « observaciones » se presentan como excesivamente banales, o bien como completamente ajenas y singulares, sino se articulan unas con relación a las otras hasta dar un verdadero método de análisis de todo fenómeno de enseñanza.

Esta lectura revela una segunda problemática, la de la exhaustividad. Se trata de actuar de manera que todos los fenómenos pertinentes puedan ser tomados en consideración.

La tercera problemática es de la consistencia; es quizá la más nueva pues, si los profesores, en el ejercicio de su profesión, utilizan conceptos pertinentes que tienden a permitir tratar todos los casos, no aseguran –no intentan asegurar– la carga de consistencia de esos conceptos.

El capítulo 1 bosqueja los objetivos de los estudios de Didáctica: la descripción y la explicación de actividades ligadas a la comunicación de conocimientos y las transformaciones, intencionales o no, de los protagonistas de esta comunicación, así como las transformaciones del conocimiento mismo.

El capítulo 2 examina algunos fenómenos ligados a la actividad de la enseñanza (efecto « Topaze », efecto « Jourdain » , deslizamiento metadidáctico, uso abusivo de la analogía, envejecimiento de las situaciones). Son los fenómenos que se producen en la actividad de la enseñanza los que determinan el campo a teorizar y no la actividad misma.

El capítulo 3 estudia después cómo reagrupar y jerarquizar la multitud de condiciones por estudiar. Se trata primeramente de simplificar suficientemente los primeros enfoques para, por una parte, aislar ciertas categorías de hechos explicables conjuntamente de manera poco más o menos independiente y por la otra, permitir evidenciarlas interacciones esenciales y los procedimientos.

Ese texto opera un vuelco en la relación a la tendencia clásica que consiste en estudiar independientemente los subsistemas del sistema didáctico; el enseñado, el enseñante, el medio,

---

\*"Fondaments et méthodes de la didactique des Mathématiques". *Recherches en Didactique de Mathématiques*, Vol. 7 No. 2, pp. 33-115, 1986.

relativamente a un conocimiento, después intentar derivar de esos estudios comportamientos educativos o de aprendizaje.

En el capítulo 3 es el sistema entero el que se toma en conjunto como objetivo de estudio y el desglose se hace en hiposistemas que llamamos que llamamos « situaciones ». este estudio permite sacar a la luz , en el capítulo 4, un cierto número de paradojas que constituyen, de hecho, las piedras de toque de toda teorización de los fenómenos didácticos. Esas paradojas condenan la enseñanza a ser un proceso, una didáctica y no solamente una interacción de sistemas.

En ese momento aparecen dos caminos de estudios: los de las dificultades externas que pesan sobre esos procesos, y los de las dificultades internas. El capítulo 5 se dedica al estudio de las dificultades internas: se trata de modelizar por medio de juegos formales esas relaciones locales que se establecen entre los protagonistas después utilizar esas modelizaciones por medio de un enfoque sistemático en el que las cadenas de acontecimientos necesarios se confrontan a las cadenas de acontecimientos observados.

Aun cuando probablemente sea el mas discutible, este camino nos ha parecido el más útil actualmente, en la perspectiva de una producción efectiva de ingeniería y de métodos de observación.

El capítulo 6 presenta entonces los elementos fundamentales del estudio de las situaciones: los tipos de situaciones a-didácticas (acción, formulación, validación).

« La didáctica de las matemáticas » estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen como objetivo la enseñanza, evidentemente en lo que ellas tienen de específico para las matemáticas.

Los resultados, en este ámbito, son cada vez más numerosos se refieren a los comportamientos cognoscitivos de los alumnos, pero también a los tipos de situaciones puestas en acción para enseñarles y sobre todos los fenómenos a los que da lugar la comunicación del saber. La producción o la mejoría de los medios de enseñanza halla en estos resultados muchos más que objetivos o medios de evaluación, encuentra en ellos un apoyo teórico, explicaciones, medios de previsión y de análisis, sugerencias, incluso dispositivos y métodos.

## Capítulo I

### OBJETO DE LOS ESTUDIOS EN DIDÁCTICA

¿Cuál es el objeto de estos estudios? Aun un examen superficial permitirá comprender mejor su interés y aun su necesidad.

#### 1.1 *El saber matemático y la transposición didáctica*

El saber constituido se presenta bajo formas diversas, por ejemplo bajo la forma de preguntas y respuestas. La presentación axiomática es una presentación clásica de las matemáticas.

Además de las virtudes científicas que se le conocen, parece estar maravillosamente adaptada para la enseñanza. Permite definir en cada instante los objetos que se estudian con ayuda de las nociones introducidas precedentemente y, así, organizar la adquisición de nuevos conocimientos con el auxilio de adquisiciones anteriores. Promete pues al estudiante y a su profesor un medio para ordenar su actividad y acumular en un mínimo de tiempo un máximo de « conocimientos » bastante cercanos al « conocimiento erudito ». Evidentemente, debe estar completada con ejemplos y problemas cuya solución exige poner en acción esos conocimientos.

Pero esta presentación elimina completamente la historia de esos conocimientos, es decir la sucesión de dificultades y problemas que han provocado la aparición de los conceptos fundamentales, su uso para plantear nuevos problemas, la intrusión de técnicas y problemas nacidas de los progresos de otros sectores, el rechazo de ciertos puntos de vista que llevan a malentendidos, y las innumerables discusiones al respecto. Enmascara el « verdadero » funcionamiento de la ciencia, imposible de comunicar y describir fielmente desde el exterior, para poner en su lugar una génesis ficticia. Para facilitar la enseñanza, aísla ciertas nociones y propiedades del tejido de actividades en donde han tomado su origen, su sentido, su motivación y su empleo. Ella los transpone en el contexto escolar. Los epistemólogos llaman transposición didáctica a esta operación. Ella tiene su utilidad, sus inconvenientes y su papel, aun para la construcción de la ciencia. Es a la vez inevitable, necesaria y en un sentido deplorable. Debe mantenerse vigilada.

### 1.2 El trabajo del matemático

- Antes de comunicar lo que piensa haber hallado, un investigador debe primero determinarlo: no es fácil determinar en el laberinto de las reflexiones, aquellas que son susceptibles de convertirse en un saber nuevo e interesante para los demás; las demostraciones obtenidas son raramente las de las conjeturas consideradas; debe emprenderse todo un reordenamiento de los conocimientos vecinos, anteriores o nuevos.
- Es preciso también suprimir todas las reflexiones inútiles, las huellas de los errores cometidos y de los proceder erráticos. Hay que ocultar las razones que han llevado en esta dirección y las condiciones personales que han conducido al éxito, problematizar hábilmente las notas aun las un poco banales, pero evitar las trivialidades... Hay también que buscar la teoría más general en la que los resultados siguen siendo valederos... De esta manera, el productor del conocimiento despersonaliza, descontextualiza y destemporaliza lo más posible sus resultados.
- Este trabajo es indispensable para que el lector pueda tomar conciencia de esos resultados y convencerse de su validez sin seguir el mismo camino para su descubrimiento, beneficiándose de las posibilidades que se le ofrecen para su utilización.
- Entonces otros lectores transforman a su vez esos resultados, los reformulan, los aplican, los generalizan, si son esas sus necesidades. Si llega el caso los destruyen, ya sea identificándolos con conocimientos ya existentes, ya sea incluyéndolos en resultados más importantes, simplemente olvidándolos... y hasta mostrándolos falsos. De esta manera la organización de los conocimientos depende, desde su origen, de las exigencias impuestas a su autor para su comunicación. Ella no cesa de ser a continuación modificada por los mismos motivos, hasta el punto de que su sentido cambia muy profundamente: la transposición didáctica se desarrolla en gran parte en la comunidad científica y se prosigue en los medios cultivados (más exactamente la noosfera). Esta comunidad funciona sobre la base de las relaciones que sostienen el interés y el compromiso, tanto personales como contextuales de cuestiones matemáticas y la pérdida de este interés hacia la producción de un texto del conocimiento tan objetivo como sea posible.

### 1.3 El trabajo del alumno

El trabajo intelectual del alumno debe por momentos ser comparable a esta actividad científica. Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlas; sabemos bien que hacer matemáticas implica que no se ocupe de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles solución. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigiría que él actúe, formule, pruebe,

construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, etc.

- Para hacer posible semejante actividad, el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que puedan vivir y en las que los conocimientos van a aparecer como la solución óptima y descubrible en los problemas planteados.

#### 1.4 *El trabajo del profesor*

El trabajo del profesor está en cierta medida inmerso en el trabajo del investigador, debe producir una *recontextualización* y una *repersonalización* de los conocimientos. Ellas van a convertirse en el conocimiento de un alumno, es decir en una respuesta bastante natural a condiciones relativamente particulares, condiciones indispensables para que tengan un sentido para él. Cada conocimiento debe nacer de la adaptación a una situación específica, pues no se crean las probabilidades en el mismo género de contexto y relaciones con el medio, que aquellas que inventa o utiliza la aritmética o el álgebra.

- El profesor debe pues simular en su clase una micro sociedad científica, si quiere que los conocimientos sean medios económicos para plantear buenos problemas y para solucionar debates, si quiere que los lenguajes sean medios de dominar situaciones de formulación y que las demostraciones sean pruebas.
- Pero debe también dar a los alumnos los medios para encontrar en esta historia particular que les han hecho vivir, lo que es el saber cultural y comunicable que se ha querido enseñarles. Los alumnos deben a su turno *redescontextualizar* y *redespersonalizar* su saber y esto de manera de identificar su producción con el saber que se utiliza en la comunidad científica y cultural de su época.
- Claro está, se trata de una simulación que no es la « verdadera » actividad científica, así como el conocimiento presentado de manera axiomática no es el « verdadero » conocimiento.

#### 1.5 *Algunas cuestiones preliminares ingenuas y fundamentales*

Esta evocación de la comunicación del saber parece ser bastante clásica. Sin embargo invoca algunas acotaciones y provoca preguntas interesantes.

- Antes que nada, el acento se pone fuertemente sobre todas las actividades sociales y culturales que condicionan la creación, el ejercicio y la comunicación del saber y de los conocimientos.
- El enfoque clásico considera como central la actividad cognoscitiva del sujeto que debe primeramente ser descrita y comprendida de manera relativamente independiente. Supone a continuación, al menos implícitamente, que los conocimientos sobre el conocimiento necesario para la enseñanza, deben primeramente establecerse también de manera independiente, por ejemplo, por el matemático y la epistemología. Sucede lo mismo para los conocimientos sobre las relaciones sociales específicas de la educación, etc. El enfoque clásico consiste entonces en sacar las consecuencias para la enseñanza de esos conocimientos previos: eso se hace directamente, es decir con el único apoyo de reflexiones « inocentes ».
- Hay en ello más de un matiz: ¿acaso los saberes importados de las disciplinas fundamentales permiten ellos solos – sin modificaciones y en forma independiente los unos de los otros – explicar los fenómenos de la enseñanza y producir, de manera controlada, las modofocaciones deseadas? O, por el contrario, ¿hace falta crear nuevos conceptos, un

campo de conocimientos y de métodos próximos a ellos para estudiar las situaciones didácticas?

- Una de las hipótesis fundamentales de la didáctica consiste en afirmar que únicamente el estudio global de las situaciones que preceden a las manifestaciones de un conocimiento, permite elegir y articular los conocimientos de orígenes diferentes, necesarios para comprender las actividades cognoscitivas del sujeto, así como el conocimiento que utiliza y la manera como lo modifica.
- Una segunda hipótesis, más fuerte, consiste en decir que el estudio principal de las situaciones (didácticas) debería finalmente permitir derivar o modificar los conceptos necesarios actualmente importados de otros campos científicos:
- ¿Existe una « variedad didáctica » de los conceptos de sentido, de memoria, de estructura, de decimal, etc., desconocida en lingüística, en psicología o en matemáticas?
- La enseñanza, ella también, está concebida como un proyecto social: el de hacer que un alumno se apropie de un saber constituido o en vías de constitución. Ese punto de vista remite al corazón de las preocupaciones de enseñanza los debates culturales y políticos sobre el saber, pero tratándolos más bien como objetos de estudios, formando parte de las situaciones, más que como cuestiones filosóficas previas.
- ¿No es el aprendizaje un acto esencialmente individual? ¿Es necesario reemplazarlo en un contexto así de vasto para comprenderlo? ¿No es la enseñanza individual una especie de condición óptima que únicamente impiden comprenderla las condiciones económicas?
- Aún admitiendo que los conocimientos sobre las situaciones de puesta en práctica, de apropiación y de enseñanza de los conocimientos pueden jugar cierto papel técnico, en tanto que medios para la enseñanza, queda una cuestión importante: una vez elevado el rango de objetos culturales, ¿no van esos objetos a perturbar profundamente la construcción del saber? Este último está fundamentado, lo hemos visto, sobre el rechazo y el olvido de las circunstancias que lo han provocado.
- ¿Por qué la posesión del saber mismo, -unido a las condiciones generales de las ciencias humanas, y claro está a un poco de sentido común, a cualidades pedagógicas que ninguna enseñanza podría verdaderamente desarrollar, no bastaría para todos los profesores, para todos los alumnos, como ocurre- con algunos?

A continuación se puede uno preguntar en que medida esta referencia al funcionamiento de la investigación es muy necesaria y pertinente para el estudio del aprendizaje y sobre todo de la enseñanza. ¿Hasta qué punto hay semejanza y bajo qué condiciones?

*Aparentemente una buena teoría epistemológica acompañada de una buena ingeniería didáctica son indispensables para responder a esas cuestiones.*

*La didáctica estudia la comunicación de los conocimientos y tiende a teorizar su objeto de estudio, pero sólo puede revelar ese reto bajo dos condiciones:*

- *poner en evidencia fenómenos específicos que los conceptos originales que propone parecen explicar,*
- *indicar los métodos de pruebas específicas que ella utiliza para hacerlo.*

Esas dos condiciones son indispensables para que la didáctica de las matemáticas pueda conocer de manera científica su objeto de estudio y por tanto permitir acciones controladas sobre la enseñanza.

## CAPITULO II

### FENÓMENOS DE DIDÁCTICA

Fenómenos ligadas al control de la transposición didáctica han podido ponerse en evidencia en marcos muy diferentes: el mismo fenómeno puede regir la intimidad de una lección particular o concernir a toda una comunidad durante generaciones.

- El identificar esos fenómenos lleva a construir un « modelo » de los protagonistas en presencia de las relaciones y de las dificultades que los ligan y a mostrar que el juego de esas dificultades produce los efectos y el desarrollo observados.
- Es más cómodo en un texto relativamente corto, tomar ejemplos ya conocidos por los lectores que exponer en su complejidad los casos realmente tratados.

#### 2.1 *El efecto < Topaze > y el control de la incertidumbre*

La primera escena del célebre < Topaze > de Marcel Pagnol ilustra uno de los procedimientos fundamentales: Topaze hace un dictado a un mal alumno. No pudiendo aceptar muchos errores demasiado aberrantes y no pudiendo tampoco decir directamente al alumno que ha omitido el plural de una palabra, < sugiere > la respuesta disimulándola dentro de códigos didácticos cada vez más transparentes. Para el alumno se trata antes que nada de un problema de ortografía y de gramática. Ante los fracasos repetidos, Topaze mendiga una señal de adhesión y negocia a la baja las condiciones en las que el alumno terminará por poner la < s >. Se adivina que podría continuar exigiendo la recitación de la regla, haciéndola después copiar varias veces. El fracaso completo del acto de enseñanza está representado por una simple orden: pon una < s > a < cordero >: el profesor ha terminado por tomar a su cargo lo esencial del trabajo.

- La respuesta que debe dar el alumno está determinada de antemano, el maestro escoge las preguntas a las que puede darse esa respuesta. Evidentemente los conocimientos necesarios para producir esas respuestas cambian también su significado. Tomando preguntas cada vez más fáciles, intenta obtener el máximo significado para el máximo de alumnos. Si los conocimientos intentados desaparecen completamente: se trata del < efecto Topaze >. El mantenimiento del sentido a través de los cambios de las preguntas está bajo el control de los conocimientos de los maestros en la disciplina enseñada, pero la elección de las situaciones de aprendizaje y su gestión, hábilmente dejadas al « sentido común » de los profesores, son actualmente el objeto de activas investigaciones tanto teóricas como de ingeniería didáctica.

#### 2.2 *El efecto « Jourdain » o el malentendido fundamental*

El efecto « Jourdain » -llamado así por referencia a la escena de « El burgués gentilhomme » en donde el maestro de filosofía revela a Jourdain lo que es la prosa y las vocales- es una forma de efecto Topaze.

El profesor, para evitar el debate de conocimiento con el alumno y eventualmente la constatación de fracaso, admite reconocer el índice de un conocimiento erudito en el

comportamiento o en las respuestas del alumno, aun cuando ellas estén de hecho motivadas por causas y significados banales.

Toda la comicidad de la escena está basada en el ridículo de esa sacralización repetida de actividades familiares en un discurso erudito.

Ejemplo: el alumno, al que se le ha hecho hacer manipulaciones un poco extrañas con frascos de yogur o con imágenes coloreadas, escucha que se le dice: « acabas de descubrir un grupo de Klein ».

- En una forma menos burda, el deseo de insertar el conocimiento en actividades familiares puede conducir al profesor a sustituir la problemática verdadera y específica, por otra, por ejemplo metafórica o metonímica y que no proporciona un sentido correcto a la situación. A menudo las dos problemáticas se presentan yuxtapuestas y el profesor intenta obtener < el mejor > compromiso.
- Algunos métodos pedagógicos centrados en las preocupaciones del niño provocan a menudo ese efecto, pero la reforma de los años sesenta y el uso de las estructuras matemáticas que propusieron han sido evidentemente una poderosa incitación para este juego.
- Al mismo tiempo, la ideología estructuralista le ofrecía una justificación epistemológica. Se trata entonces de un doble efecto < Jourdain >: el primero a nivel de las relaciones del alumno con el profesor: el alumno trata un ejemplo y el maestro ve en él la estructura. El segundo a nivel de las relaciones de los maestros en didáctica o de los matemáticos con el profesor. Los primeros plantan una justificación filosófica y científica en la práctica del segundo y la sacralizan, el reconocimiento de la estructura se ha convertido en la actividad científica.

### 2.3 *El deslizamiento metacognoscitivo*

Cuando una actividad de enseñanza ha fracasado, el profesor puede ser llevado a justificarse y para proseguir su acción, a tomar sus propias explicaciones y sus medios heurísticos como objetos de estudio en lugar del verdadero conocimiento matemático.

- Este efecto puede componerse varias veces, concerniendo a toda una comunidad y constituir un verdadero proceso que escapa al control de sus actores. El ejemplo más notable es probablemente el que concierne al uso de gráficas, en los años sesenta, para la enseñanza de las estructuras, un método al cual se ha ligado el nombre de G. Papy.
- A finales de los años treinta, la teoría de los conjuntos abandona su función científica inicial para volverse método de enseñanza con el fin de satisfacer las necesidades que tienen los profesores de una metamatemática y de un formalismo fundamental. Por ese hecho, son obligados a invitar estudiantes a un control semántico de esta teoría ( llamada entonces « inocente » ). Para evitar los errores, no basta aplicar axiomas, hay que saber de qué se habla y conocer las paradojas ligadas a ciertos usos para evitarlas. Ese control difiere bastante del control matemático habitual, más « sintáctico ». Este uso ya didáctico de la teoría de los conjuntos hace posible una exposición axiomática para las otras teorías, cuya negociación será más clásica.

- Ese método de enseñanza se vuelve objeto de la enseñanza para niños cada vez más jóvenes. El control semántico se confía a un < modelo > que remonta a Euler ( <sup>1</sup> ) ( <sup>2</sup> ) y que utiliza gráficas diversas. El < modelo > no es de hecho un modelo correcto, no permite el control esperado y provoca dificultades de enseñanza. Por el hecho de esas dificultades, ese < medio > se vuelve a su vez objeto de enseñanza y se recarga de convenciones, de lenguajes específicos a su vez enseñados y explicados en cada etapa de difusión. En ese proceso, mientras la actividad de la enseñanza produce más comentarios y convenciones, menos pueden controlar los estudiantes las situaciones que les son propuestas.
- Se trata del efecto de < deslizamiento metacognoscitivo >. Sería ingenuo creer que el sentido común hubiera permitido escapar a las consecuencias tan extravagantes a las que este procedimiento ha conducido. La fuerza de efectos didácticos es incoercible desde el momento en que el profesor no puede sustraerse a la obligación de enseñar cueste lo que cueste. Mientras más vasto es el público comprometido en la negociación, más escapa el procedimiento al control < ingenuo >.

Por lo demás el sentido común, al igual que cualquier otro factor corrector, no puede tener un papel en el proceso social sin la mediación de una estructura social adecuada. Existen pruebas en las que ese tipo de < errores > no son resultado de la tontería ni, en la mayoría de los casos, de la ignorancia de la disciplina matemática; lo es poco más o menos en la medida < en que la enfermedad es imputable a errores de comportamiento >... si se nos permite utilizar una metáfora audaz.

#### 2.4 El uso abusivo de la analogía

La analogía es un excelente medio heurístico cuando es usada bajo la responsabilidad de quien la emplea. Pero su utilización en la relación didáctica le hace un temible medio para producir efectos < Topaze >. Sin embargo es una práctica natural: si hay alumnos que han fracasado en su aprendizaje, hay que darles una nueva oportunidad con el mismo tema. Ellos lo saben. Aun si el profesor disimula el hecho de que el nuevo problema se asemeja al antiguo, los alumnos van a buscar -lo cual es legítimo- las similitudes, para transportar -prefabricada- la solución que ya se les ha dado. Esta respuesta no significa que la encuentren idónea para la pregunta planteada, sino únicamente que han reconocido índices, quizá completamente exógenos y no controlados, que el profesor quería que produjeran.

- Ellos obtienen la solución por una lectura de las indicaciones didácticas y por un ataque del problema. Y se interesan en ello pues, tras varios fracasos en problemas semejantes pero no identificados, no reconocidos, el profesor se apoyará sobre esas analogías repentinamente renovadas, para reprochar al alumno su resistencia tenaz (este efecto es utilizado por R. Devos en su escena de las dos puntas de un madero). « ¡Hace un buen rato que se los digo! > .

#### 2.5 El envejecimiento de las situaciones de enseñanza

El profesor encuentra dificultades para reproducir la misma lección, aun cuando se trate de nuevos alumnos: la reproducción exacta de lo que ha dicho o hecho precedentemente no tiene el

---

<sup>1</sup> Cartas a una princesa de Alemania.

<sup>2</sup> Círculos de Euler, diagramas de Venn, "patatas" de Papy.

\* El autor hace un juego de palabras con (*bout*), punta y la expresión "bout temps", hace un buen rato. N. Del T.



mismo efecto y muy a menudo los resultados son menos buenos, pero siente y quizá por consecuencia, una cierta reticencia para esta reproducción. Siente una necesidad muy fuerte de cambiar al menos la formulación de su exposición o de sus instrucciones, los ejemplos, los ejercicios, y si es posible la estructura misma de la lección. Esos efectos aumentan con el número las reproducciones y son por tanto más fuertes cuando la lección comprende más interacciones entre el maestro y el alumno: las lecciones que contienen una exposición seguida de ejercicios o una simple instrucción seguida de una situación de aprendizaje, y que no exigen intervención del profesor, envejecen menos rápidamente. Este efecto ha sido observado directamente en la Escuela Jules Michelet de Talence en numerosos casos en los que los maestros estaban intentando reproducir una lección determinada. Pero los efectos de renovación intentados por los enseñantes en los casos en que son libres en su trabajo, son un índice también seguro y fácilmente observable.

Ese fenómeno, al igual que los precedentes, puede observarse a nivel de una clase, pero también en el conjunto del sistema educativo y entre otros compañeros: los programas y las instrucciones ministeriales (o los currículos en otros países) son el medio casi único de explicación de las exigencias didácticas del cuerpo social hacia los profesores y el medio de decidir la repartición de tareas entre ellos. Ante la complejidad de los mecanismos por controlar, esos textos generalmente bastante cortos y que deben dejar abierto lo esencial de las cuestiones pertinentes, aparecen como completamente inadecuados. Sus modificaciones periódicas se revelan completamente irrisorias, ya se les compare entre sí o que se les compare con la importancia que parecen concederles los profesores y la administración. Los textos para la escuela primaria, desde los años 1980, no ofrecen más que diferencias mínimas en lo esencial y no difieren más que en los matices.

Las modificaciones de programas son el propósito de la proyección de los deseos de los profesores para la renovación de sus situaciones didácticas, en respuesta al envejecimiento de su curso.

La enorme desproporción entre este esfuerzo de la novedad y la asombrosa estabilidad de las prácticas de enseñanza, es también un índice de las dificultades que intervienen en la regulación del envejecimiento: el tiempo de respuesta a toda modificación del sistema educativo es muy elevado y las retroacciones muy débiles y aleatorias. La mejor garantía contra la deriva es pues una inercia importante. Pero la misma actividad de enseñanza reclama un esfuerzo personal intenso por parte del profesor y este esfuerzo no puede mantenerse si no se renueva. La reproducción exige pues una renovación que peligra en comprometer las reproducciones futuras. No siendo conocidos los medios de equilibrio, el sistema tiende a llevar la renovación sobre factores que no tienen mucha influencia sobre el propósito principal de la enseñanza: las modificaciones de programa obedecen a procesos semejantes a los de la moda en relación a la presentación.

La cuestión del envejecimiento y del efecto del tiempo didáctico<sup>3</sup> provoca una cuestión esencial para la didáctica: ¿Qué es lo que es realmente reproducido al curso de una clase?

Un profesor que reproduce la misma historia, la misma sucesión y las mismas actividades y las mismas declaraciones de su parte y de parte de sus alumnos, ¿ha reproducido el mismo *hecho didáctico* que ha producido los mismos efectos desde el punto de vista del sentido?<sup>4</sup>.

---

<sup>3</sup> El propósito de las investigaciones de Y. Chevallard y A. Mercier.

\* Esta cuestión se estudia en el artículo "Didáctica de los decimales", lo anticuado de las situaciones, luego retomando por M. Artigue en su tesis sobre la reproductibilidad.

No existe un medio ingenuo para diferenciar una buena reproducción de una clase - que dé en las mismas condiciones un desarrollo idéntico y también un mismo sentido a los conocimientos adquiridos por el alumno - de una mala reproducción de esa clase que, en las mismas condiciones, dé un « desarrollo » idéntico pero un sentido diferente a los conocimientos adquiridos. En el segundo caso, la similitud del desarrollo se obtiene por intervenciones discretas pero repetidas del profesor, que transforman toda la situación sin afectar aparentemente su « historia ».

Saber lo que se reproduce en una situación de enseñanza es justamente el objetivo de la didáctica, no es un resultado de la observación, sino el de un análisis que se apoya en el conocimiento de los fenómenos que definen lo que dejan invariable.

### **CAPITULO III**

#### **ELEMENTOS PARA UNA MODELIZACION**

Esos diferentes fenómenos pueden observarse también en las relaciones particulares entre dos personas como en relaciones mucho más complejas que impliquen organismos y centenares de personas.

¿Es posible « modelizar » todo un sistema educativo por medio de un sistema « enseñante », definido por algunas de las relaciones que tiene con un sistema « enseñado » que a su vez representa a centenares de alumnos, cuya diversidad parece justamente ser la primera fuente de las dificultades de los enseñantes? Eso es un reto inevitable del proceso de teorización.

Los problemas que provocan los enfoques sistemáticos a los que se asemeja este método serán discutidos más adelante.

La forma en la que hemos descrito rápidamente esos fenómenos prepara su modelización. Se trata ahora de identificar las relaciones fundamentales que hay que retener.

Conviene, no obstante, abstenerse todavía de una formalización excesiva y prematura. Una formulación más rigurosa intervendrá en una etapa ulterior.

#### *3.1 Situación didáctica, situación a-didáctica*

En la concepción más general de la enseñanza, el saber es una asociación entre las buenas preguntas y las buenas respuestas. El enseñante plantea un problema que debe saber resolver el alumno: si el alumno responde, muestra con ello que sabe, si no, se manifiesta una necesidad de saber que requiere una información, una enseñanza. A priori, todo método que permite memorizar las asociaciones favorables es aceptable.

La mayéutica socrática limita esas asociaciones a las que el alumno puede efectuar por sí mismo. Esta restricción tiene como objetivo garantizar la comprensión del saber por el alumno, ya que él lo produce. Pero se es entonces llevado a suponer que el alumno posee

ya ese saber, sea que lo posea desde siempre (reminiscencia), sea que lo construya por su actividad propia y aislada. Todo los procedimientos en los que el maestro no (la él mismo la respuesta, son aceptables para explicar al alumno ese saber.

El esquema socrático puede perfeccionarse si se supone que el alumno es capaz de obtener su conocimiento (te sus propias experiencias, (le sus propias interacciones con su medio, aun si ese medio no está organizado para fines (le aprendizaje: el alumno aprende observando al mundo (hipótesis empírico-sensualista) o formulando hipótesis entre las que su experiencia le permite elegir (hipótesis a-prioristas) o también en una interacción más compleja hecha de asimilaciones y acomodaciones como las describe Piaget.

El alumno aprende adaptándose a un medio que es productor de contradicción, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Ese saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.

Ese proceso psico-genético de Piaget es lo opuesto del dogmatismo escolástico. Uno parece no deber nada a la intención didáctica, mientras que el otro le debe todo. Atribuyendo al aprendizaje < natural > lo que reposa en el arte de enseñar según el dogmatismo, la teoría de Piaget pelagra en descargar al maestro de toda responsabilidad didáctica: ¿esto constituye un paradójico retorno a una especie de empirismo! Pero un medio sin intenciones didácticas es manifiestamente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que adquiriera.

El concepto moderno de la enseñanza va pues a pedir al maestro provocar en el alumno las adaptaciones deseadas, por una elección prudente, de los < problemas > que él le propone. Esos problemas, elegidos de manera que el alumno pueda aceptarlos, deben hacerlo obrar, hablar, reflexionar, evolucionar con su propio movimiento. Entre el momento en que el alumno acepta el problema como suyo y aquel en que produce su respuesta, el maestro se rehusa a intervenir como el que propone los conocimientos que quiere ver aparecer. El alumno sabe bien que el problema ha sido escogido para hacerle adquirir un nuevo conocimiento, pero debe también saber que este conocimiento está enteramente justificado por la lógica interna de la situación y que puede construirlo sin invocar razones didácticas. No solamente puede hacerlo, sino que debe, pues no habrá adquirido verdaderamente ese conocimiento hasta que sea capaz de ponerlo en práctica él mismo en situaciones que encontrará fuera de todo contexto de enseñanza y en la ausencia de toda indicación intencional. Tal situación es llamada situación a-didáctica<sup>4</sup>. Cada conocimiento puede caracterizarse por una (o varias) situación a-didáctica que conserva el sentido y que llamaremos *situación fundamental*. Pero el alumno no puede resolver de golpe no importa qué situación a-didáctica, el maestro le prepara aquellas que están a su alcance. Esas situaciones a-didácticas, arregladas a los fines didácticos, determinan el conocimiento enseñado en un momento dado y el sentido particular que este conocimiento va a tomar por el hecho de las restricciones y las deformaciones así aportadas a la situación fundamental.

Esta situación o el problema elegido por el enseñante es una parte esencial de la siguiente situación más vasta: el maestro busca devolver al alumno una situación a-didáctica que provoca en él la interacción más independiente y más fecunda posible. Para ello, comunica o se abstiene de comunicar, según el caso, informaciones, preguntas, métodos de aprendizaje, heurísticas, etc. El enseñante está pues implicado en un juego con el sistema de las interacciones del alumno con los problemas que le plantea. Ese juego o esa situación más vasta es la *situación didáctica*.

---

<sup>4</sup> En el sentido en que desaparece de ella la intención de enseñar (siempre es específica del saber). Una situación pedagógica no específica de un saber no sería llamada a-didáctica, sino solamente no didáctica.

El alumno no distingue de golpe, en la situación que vive, lo que es de esencia a-didáctica y lo que es de origen didáctico. La situación a-didáctica final de referencia, la que caracteriza el conocimiento, puede estudiarse de manera teórica pero, en la situación didáctica, tanto para el maestro como para el alumno, hay una especie de ideal hacia el que se trata de converger: el enseñante debe incesantemente ayudar al alumno a despojar lo más posible la situación de todos sus artificios didácticos, para dejarle el conocimiento personal y objetivo.

El contrato didáctico es la regla del juego y la estrategia de la situación didáctica. Es el medio que tiene el maestro para ponerla en la escena. Pero la evolución de la situación modifica el contrato que permite entonces la obtención de situaciones nuevas. De la misma manera, el conocimiento es lo que se expresa por las reglas de la situación a-didáctica y por las estrategias. La evolución de esas estrategias requiere producciones de conocimientos que permitan a su vez la concepción de nuevas situaciones a-didácticas.

El contrato didáctico no es un contrato pedagógico general. Depende estrechamente de los conocimientos en juego.

En la didáctica moderna, la enseñanza es la transmisión al alumno de una situación a-didáctica correcta, el aprendizaje es una adaptación a esta situación. Veremos más adelante que se pueden concebir estas situaciones como juegos formales y que esta concepción favorece la comprensión y el dominio de las situaciones de enseñanza.

### 3.2 *El contrato didáctico*

Así, en todas las situaciones didácticas, el profesor intenta hacer saber al alumno lo que él quiere que haga. Teóricamente, el paso de la información y de la consigna del profesor a la respuesta esperada, debería exigir por parte del alumno el poner en acción el conocimiento considerado, ya esté en proceso de aprendizaje o sea ya conocido. Sabemos que el único medio de « hacer » matemáticas, es buscar y resolver ciertos problemas específicos y, a ese respecto, plantear nuevas interrogantes. El maestro debe pues efectuar no la comunicación de un conocimiento, sino la transmisión del problema correcto. Si esta transmisión se opera, el alumno entra al juego y si termina por ganar, el aprendizaje se logra.

- Pero ¿si el alumno rehusa o evita el problema, o no lo resuelve? El maestro tiene entonces la obligación social de ayudarlo y hasta a veces de justificarse por haber planteado una cuestión demasiado difícil.
- Se entabla entonces una relación que determina -explícitamente, en una pequeña parte, pero sobre todo implícitamente- lo que cada participante, el enseñante y el enseñado, tiene la responsabilidad de producir y de lo que será de una u otra manera, responsable ante el otro. Ese sistema de obligaciones recíprocas se asemeja a un contrato. Lo que nos interesa aquí es el *contrato didáctico*, es decir la parte de ese contrato que es específica del < contenido >: el conocimiento matemático considerado.

Por ello no podemos detallar aquí esas obligaciones recíprocas, por otra parte de hecho son las rupturas del contrato las que son importantes. Pero examinemos algunas consecuencias inmediatas de esto.

- Se supone que el profesor debe crear condiciones suficientes para la apropiación de los conocimientos, y debe < reconocer > esta apropiación cuando se produce.
- Se supone que el alumno puede satisfacer esas condiciones.
- La relación didáctica debe < continuar > cueste lo que cueste.
- El profesor asegura que las adquisiciones anteriores y las condiciones nuevas dan al alumno la posibilidad de la adquisición.

Si esta adquisición no se produce, se abre un proceso al alumno que no ha hecho lo que se está en derecho de esperar de él, pero también un proceso al maestro que no ha hecho lo que debiera (implícitamente).

Notemos que ese juego de obligaciones no es exactamente un contrato:

Primeramente, no puede hacerse completamente explícito, desde el momento que pretende apoyarse sobre el resultado de la acción de enseñar. No existen medios conocidos descubiertos y suficientes que permitan construir conocimientos nuevos, o para obtener contra toda defensa la apropiación por parte del alumno de los conocimientos considerados. Y si el contrato sólo se refiere a las reglas de comportamiento del profesor o del alumno, su respeto escrupuloso condenará la relación didáctica al fracaso.

No obstante es necesario que el profesor acepte la responsabilidad de los resultados y que asegure al alumno los medios efectivos para la adquisición de los conocimientos. Esta seguridad es falaz pero indispensable para permitirle resolver problemas de los que no se le ha enseñado la solución, aun cuando no descubra, a priori, las posibilidades que se le ofrecen y sus consecuencias, y que esté entonces en un caso patente de irresponsabilidad jurídica.

Veremos que un contrato de ese género, totalmente explícito, está condenado al fracaso. En particular las cláusulas de ruptura y el envite del contrato no pueden describirse por adelantado. El conocimiento será justamente lo que resolverá las crisis surgidas de esas rupturas; ellas no pueden ser pre-definidas. Por lo tanto, al momento de esas rupturas todo sucede como si un contrato implícito ligara a enseñante y enseñado: sorpresa del alumno que no sabe resolver un problema y que se subleva de que el maestro no haya sabido capacitarlo, sorpresa del maestro que estimaba razonablemente suficientes sus prestaciones... revuelta, negociación, investigación de un nuevo contrato que depende del nuevo « estado », de conocimientos ... adquiridos y considerados.

El concepto teórico en didáctica no es pues el contrato (el bueno, el malo, el verdadero o el falso contrato) sino *el procedimiento de búsqueda de un contrato* hipotético. Es ese proceso el que representa las observaciones y que debe modelizarlas y explicarlas.

### 3.3 Un ejemplo de la transmisión de una situación a-didáctica

En un juego en una micro computadora, los niños pequeños (5 años) deben, con el lápiz óptico, llevar de uno en uno, conejos a un prado y patos a un estanque. Las reglas de la manipulación no

presentan dificultades insuperables para esta edad. Los niños pueden interpretar que la desaparición y la reaparición de un animal en otro sitio, corresponde a un desplazamiento. Pero más bien se trata de otra cosa que de una manipulación según la regla: el maestro quiere que el alumno señale *todos los* conejos uno tras otro y una sola vez, *antes* de dirigirlos hacia el prado, con el fin de desarrollar en él la enumeración de una colección. La sucesión de las operaciones a efectuar no está dada en la consigna, está a cargo del alumno. La transmisión de esta tarea se hace por etapas:

#### *Primera etapa: enfoque meramente lúdico*

Los alumnos no han todavía comprendido que entre los resultados del juego algunos son deseables: todos los conejos van al prado y bailan una pequeña ronda, y otros no son deseables: los conejos olvidados se vuelven rojos y emiten un refunfuño.

Los niños juegan, señalan los conejos y quedan contentos por producir un efecto, sea cual sea.

#### *Segunda etapa: Transmisión de una preferencia*

Los alumnos han comprendido bien cuál es el efecto deseado (por ejemplo, han suprimido todo efecto por falsas manipulaciones) pero atribuyen los resultados, buenos o malos, a una suerte de fatalidad del azar.

Ese tipo de interpretación es adecuado para numerosos juegos: en «la batalla > o en los « caballitos », el placer nace de la espera de lo que reserva la suerte, en tanto que el jugador no torna ninguna decisión,

#### *Tercera etapa: Transmisión de una responsabilidad y de una causalidad*

Para aceptar una responsabilidad en lo que le ocurre, el alumno debe considerar lo que hace como una elección entre diversas posibilidades, para comprender una relación de causalidad entre las decisiones que ha tomado y los resultados.

En esta etapa, los alumnos pueden, después, considerar que el desarrollo del juego habría podido ser diferente. Ello supone que puede recordar algunas de sus acciones y más precisamente, de aquello que en ellas, era pertinente o no.

Esta transmisión es delicada: la mayor parte de los niños están dispuestos a aceptar del maestro la idea de que son los responsables del resultado del juego, aun cuando sean incapaces de establecer en ese momento que hubieran podido obtener un mejor resultado por una elección apropiada de su parte. Ahora bien, el solo conocimiento de esta relación justificaría la transferencia de responsabilidad.

Si el alumno resuelve con rapidez el problema, el hecho de haber aceptado a priori el principio de su responsabilidad no ha sido más que un prólogo necesario para el aprendizaje, este último viene a confirmar después esta responsabilización, dando al alumno los medios de asumirla y, finalmente, de escapar a la culpabilidad.

Pero para el alumno que no puede franquear la dificultad y relacionar, por el conocimiento, su acción a los resultados obtenidos, la responsabilización debe ser renegociada bajo pena de

provocar sentimientos de culpabilidad y de injusticia muy pronto perjudiciales para aprendizaje ulteriores y para la noción misma de casualidad.

#### *Cuarta etapa: Transmisión de la situación a-didáctica*

Para tener éxito en el juego de los conejos, el alumno debe efectuar la enumeración de una colección. Pero no basta que la produzca una vez « por azar ». Es preciso que sea consciente de ese poder de reproducción y que tenga conocimiento, al menos intuitivo, de las condiciones que le permiten buenas oportunidades de éxito. El alumno debe reconocer los juegos a los que acaba de aprender a jugar. Pero lo que sabe hacer no le ha sido nombrado, identificado y sobre todo no le ha sido descrito como un procedimiento « fijo ». De esta manera la transmisión no se refiere al objeto de la enseñanza, sino a las situaciones que le caracterizan. Este ejemplo ha sido elegido para distinguir claramente los diferentes componentes de la transmisión. La enumeración no es un concepto matemático culturalmente muy fuerte. No interviene en la enseñanza más que mucho más tarde, con lenguajes y problemáticas diferentes. Ni el vocabulario, ni los conocimientos formales vienen pues a perturbar el objeto de la enseñanza.

El niño, antes de ese aprendizaje, había podido « enumerar » colecciones desplazando los objetos o marcándolos de manera de siempre tener una materialización cómoda del conjunto que quedaba por enumerar.

Pero aquí debe efectuar la misma tarea mentalmente, sus representaciones deben extenderse a un control intelectual mucho más complejo: buscar un primer conejo fácil de señalar, después otro, de manera de conservar en mente que esos dos han sido ya tomados; buscar otro, bastante vecino de los primeros y formando con ellos una disposición (grupo pequeño, línea...) permitiendo no perderlos < de vista ;> mientras se busca un cuarto, que entra a su vez en la estructura con el fin de no volver a tomar un conejo ya tomado y permitiendo saber si todavía falta..., etc.

Esta < tarea > no puede describirse como un procedimiento, *ni* < mostrada > puesto que: enumerar una colección ante un niño no le da ninguna idea de los medios de control que debe adquirir.

En este ejemplo, la transmisión de la situación a-didáctica puede ser observada independientemente de la transmisión del objeto de enseñanza (que no puede ocurrir en ese momento). Ni el maestro ni el alumno pueden identificar, si no es por el logro de una tarea compleja, lo que es enseñado, lo que hay que conocer o saber.

Un poco más tarde, las enumeraciones, en tanto que producciones, pueden convertirse en objetos de estudio para el alumno. Puede reconocer aquellas que son semejantes o diferentes, las que son correctas o las que fracasan... concebir y comparar métodos.. y conocer -posteriormente- el objeto de enseñanza ligado al juego de los conejos. Podrá abordar problemas de enumeración y de combinatoria más cercanos a problemas científicos y definir entonces lo que debe aprender, lo que debe resolver y lo que se le exige saber. Esas transmisiones de objetos de estudio, de objetos de saber y de objetos de enseñanza, deberían poder interpretarse como transmisiones de situaciones a-didácticas de otro tipo.

#### *3.4 La epistemología de los profesores*

El profesor es entonces llevado a hacer explícito ante el alumno un método de producción de la respuesta: cómo *responder* ala ayuda de los conocimientos anteriores, cómo *comprender*, *construir* un conocimiento nuevo, como « aplicar » las lecciones anteriores, reconocer las cuestiones; cómo aprender, adivinar, resolver:..., etc. Se refiere también a un funcionamiento implícito de las matemáticas o a un modelo (como la geografía elemental) contruido para el uso que se le da: resolver los conflictos del contrato didáctico.

- Esta «epistemología del profesor » (de uso profesional) debe también ser de hecho la del alumno y de sus padres. Debe estar presente en la cultura para permitir las justificaciones de funcionamiento y ser recibidas. El profesor no es libre de cambiarla a su antojo: Se comprende que tiene pocas oportunidades de ser consistente, y por tanto, de servir de base para una teoría didáctica.
- Para enseñarlas, un profesor debe pues reorganizar los conocimientos con el fin de que ellos se presten a esta descripción, a esta < epistemología >. Es el principio del proceso de *modificación* de los conocimientos el que cambia la organización, la importancia relativa, la presentación, la génesis... en función de las necesidades del contrato didáctico. Hemos llamado *transposición didáctica* a esta transformación.

Notemos que, a priori, la práctica empírica de la enseñanza de las matemáticas, sea cual fuere la calidad científica de los profesores, no la lleva espontáneamente a construir una simulación correcta de la génesis de las nociones. Por lo contrario, es grande la tentación de economizar el doble trabajo (de recontextualización y redecontextualización) y hacer aprender directamente un texto del conocimiento: para respetar las demás obligaciones del contrato, se proponen problemas a los alumnos pero su solución no puede encontrarse por procesos que forman la economía del conocimiento específico de la noción (como en el ejemplo de la analogía). La solución está oculta bajo una ficción didáctica conocida del alumno y que sirve al momento de la negociación. Ya que el maestro debe probar ¿ti alumno qué le era posible responder y aprender el saber considerado, debe al menos poder decirle cómo « a priori >. Ciertamente, si la solución está articulada como un texto matemático, comprende la justificación científica correcta del resultado, pero muchos alumnos obtienen « la respuesta no por el razonamiento matemático deseado », sino por la decodificación de la convención didáctica.

### 3.5 Ilustración: el efecto « Dienes »

El estudio de los conceptos de Dienes y de los ecos que han despertado entre los enseñantes en el marco de las reformas de los años setenta, es a este respecto extremadamente demostrativo (Cf. Maudet y Brousseau).

Por medio de su « procedimiento psicodinámico > Dienes propone un modelo de aprendizaje basado en el reconocimiento de las similitudes entre « juegos estructurados >, y luego en la esquematización y formalización de esas « generalizaciones > guiadas.

Se trata de hecho de una descripción y de una sistematización de algunas prácticas de enseñanza ya en uso, como la repetición de problemas o de ejemplos semejantes para inducir una respuesta tipo. Pero ella se acompaña de una traducción en términos matemáticos: los problemas semejantes se vuelven « isomorfos > y una generalización un « paso al cociente ». La teoría conjuntista y las estructuras fundamentales se convierten en el medio para describir todos los elementos de la situación de enseñanza que, a su vez, los ilustran perfectamente.

Esta traducción implica una confusión sistemática entre la estructura de la situación (el juego), la estructura de la tarea, el proceso intelectual y el conocimiento mismo (en tanto que estructura matemática). Ella conduce pues implícitamente a erigir los fundamentos de las matemáticas, tales como se concebían en esa época, en modelo universal, así como también en medio de descripción y de organización de las matemáticas (la lógica), en medio de su construcción y de su funcionamiento (epistemología), en medio de explicar el funcionamiento psicológico del alumno a ese respecto (psicología cognoscitiva), en medio de describir el



proceso de aprendizaje y las etapas del desarrollo de un conocimiento (epistemología genética) y finalmente en los medios didácticos para obtener este aprendizaje.

La epistemología espontánea de los profesores se encontraba de esta manera súbitamente justificada, < sacralizada > por su reformulación en términos « científicos » y reconciliada milagrosamente con todos los ámbitos susceptibles de impugnarla. Ese hecho fue una de las causas del éxito inicial de las propuestas de Dienes.

Una didáctica semejante es independiente de los contenidos. Ella conduce aun al profesor a poner el énfasis en las variables no pertinentes de la situación matemática (las que no las modifican) en detrimento de las condiciones específicas (« principio de variabilidad ». Y finalmente, no es más que un método de presentación de saberes favoreciendo su memorización.

El hecho más evidente en la utilización de este método es el siguiente: únicamente los prosélitos del método son susceptibles de hacerlo funcionar con éxito. Todo uso « servil » de los materiales Dienes lleva a decepciones y fracasos.

El análisis en términos de contrato didáctico puede proponer una explicación a este hecho.

El método didáctico de Dienes, apoyándose en « el proceso psicodinámico », no deja explícitamente otro lugar al enseñante que la elección de los materiales, la presentación de las fichas, los estímulos para usarlo... El método debe operar en virtud de un proceso interno del sujeto *ineludible* desde el momento en que sus condiciones de inicio son satisfechas: presentación repetida de juegos estructurados, demanda de esquematización..., etc. Libera de esta manera al maestro de la responsabilidad técnica de obtener por él mismo el aprendizaje esperado. Puede presentar sus ejercicios, esperar,... proporcionar eventualmente las respuestas acompañadas de una pequeña explicación, remitir a la ficha siguiente, organizar el juego correspondiente... pero el contrato de enseñanza no lo liga ya a la evolución del comportamiento cognoscitivo que se supone que es el « juego » el que debe tomar en cuenta. Ahora bien, los juegos de Dienes no son frecuentemente satisfactorios porque postulan que las reglas propuestas al alumno (para jugar) son las mismas que las que le hace falta aprender, la estructura del juego y la que « es » el saber son idénticas. Así la comprensión de la regla, condición para actuar, exige previamente, de parte del alumno, el conocimiento que se le pretende enseñar. Si el maestro enseñara primeramente la regla, el juego se transformaría en ejercicio. Para evitar esto, intenta hacer adivinar la regla -una actividad que no es teorizada en el proceso psicomatemático.

Pero la insuficiencia teórica y práctica de los juegos de Dienes no explica por ella misma que los fracasos se observen con menos frecuencia entre los prosélitos del método como entre los que lo utilizan conscientemente pero no están comprometidos con él. Un profesor que tiene confianza en el proceso psico-dinámico se contenta con proponer al alumno las fichas y los juegos y espera que el efecto anunciado, la generalización o la buena formalización, se produzca. Ella se produce mal a causa de la ruptura de la negociación ligada a la baja de presión del maestro.

El contrato de enseñanza puede subsistir si el maestro se preocupa por los resultados cuantitativos del alumno, pero deja ignoradas la articulación de los conocimientos y su génesis. Por lo contrario, la acción < militante > de un profesor decidido a mostrar que el método es eficaz lo lleva a restaurar ese debate. La insuficiencia de las situaciones a-didácticas propuestas en lo concerniente a la justificación y el significado de los conocimientos considerados no impide que el discurso del maestro le de un sentido y un lugar suficiente para un aprendizaje, pero provoca en algunos casos el fracaso a nivel del contrato.

No obstante es exacto si las situaciones eran matemáticamente incorrectas, ninguna transmisión permitiría a los juegos de Dienes producir el conocimiento anunciado. El problema queda abierto

para situaciones < buenas >. En todos los casos, los métodos de enseñanza de Dienes permitirían obtener resultados, pero por razones diferentes de las señaladas en la teoría que los acompañaba.

Este análisis muestra la utilización que puede hacerse de la noción de contrato, para intentar explicar un fenómeno de didáctica ligado a la epistemología de los profesores. Problema importante: ¿No lograría el mismo efecto todo método o toda situación reputada de eficaz, por intermedio de una « ley psicológica » o « didáctica » cualquiera, que liberara al profesor de la negociación didáctica?.

¡Mientras más seguro estuviera el profesor del éxito por efectos independientes de su esfuerzo personal, más fracasaría...! Llamamos *efecto Dienes* a este fenómeno que muestra la necesidad de integrar las relaciones maestro-alumno a toda teoría didáctica. Y esta conclusión remite a una cuestión más difícil: ¿es ineludible la epistemología de los profesores?.

### 3.6 Heurística y didáctica

Queda claro que no se conocen las condiciones a la vez necesarias, mínimas, para dar el máximo sentido a la actividad del alumno, y no obstante suficientes para permitirle satisfacer su contrato. No se conoce una epistemología genética efectiva que permita la economía de esas negociaciones, de suerte que el maestro y el alumno son a menudo reducidos (claro está, inconscientemente) a expedientes:

- la sustitución del problema que puede llevar al efecto Topaze, o más fríamente al efecto Jourdain.
- el uso abusivo de la analogía, el deslizamiento metacognoscitivo, etc.

Ahora bien, el profesor, al lado de esos problemas, debe proporcionar los medios para resolverlos (el saber teórico, por ejemplo) y hacer ver que los medios ya enseñados permitían construir la solución. Debe pues actuar como si hubiera sabido cómo, partiendo de ciertos conocimientos (enseñados) se fabrican soluciones para problemas nuevos. Y un día deberá también explicar esos medios: cómo se les encuentra, cómo se les reconoce...

¿Presume su acción una epistemología? ¿Se va a ver obligado a producirla, a presentarla! ¿Por qué ha cometido un error el alumno? ¿Cómo puede evitar los siguientes? ¿Cómo encontrar una solución?.

El < algoritmo > constituye un instrumento de liberación y de solución de los conflictos didácticos, en el sentido en que permite momentáneamente una clara división de las responsabilidades. El maestro muestra el algoritmo, el alumno lo aprende y lo < aplica > correctamente: si no es así debe ejercitarse, pero su incertidumbre es casi nula. Se le afirma que existe toda una clase de situaciones *diferentes* en las cuales el algoritmo da una solución (el conflicto va a aparecer cuando se trate de escoger un algoritmo para un problema dado).

Se debe pues esperar a que el alumno reciba todas las indicaciones del profesor sobre el mismo modo: como los medios « eficaces » para resolver los problemas (como los algoritmos) y esto aun si el profesor los escoge de manera que reimpulsen al alumno, lo ayuden sin tocar lo esencial de lo que debe quedar a su cargo. De esta manera las indicaciones de tipo heurístico serán pedidas, dadas y recibidas en el interior de un malentendido, sugerencias inciertas para uno, conocimientos comparables a los algoritmos o a los teoremas de matemáticas para el otro. Con ese Arte de resolver problemas, en donde lo esencial está fundamentado en la introspección, el maestro querría enseñar a su alumno a buscar; él queda esperando algoritmos.

Ahora bien, lo que el maestro querría presentar al alumno como ocasiones para investigaciones típicas no es más que una colección de objetos culturales, de problemas cuyas soluciones son conocidas y están inventariadas por la heurística. El alumno está pues llevado a recibirlo en el modo del saber. En ese sentido, como lo señala vigorosamente Glaeser, « la heurística no puede enseñarse, ya que su materia es la parte imprevisible y creativa de toda búsqueda del problema. No se puede más que dar un entrenamiento en la heurística, que habitúe al estudiante a las situaciones de investigación ».

¡Pero entonces el procedimiento queda bloqueado! ¿no debería el profesor, por ejemplo, invitar al alumno a utilizar maniobras de pensamiento inventariadas por Polya<sup>5</sup> y que él mismo reconoce haber utilizado en sus triunfos como matemático.

¡Por consiguiente no hay mucho peligro en entregar en el momento informaciones! < o consejos... > Dibujar una figura, ponerle la notación adecuada, ¿cuál es la incógnita? ¿Conoces un problema que se asemeje a éste?... Enúncialo en forma diferente >... Refiérase a las definiciones (Polya, comentarios). Por lo contrario, se trata de hábitos por adquirir.

< Para resolver un problema se debe sucesivamente: comprender el problema...> (Polya<sup>5</sup>). El contrato se escurre; ahora, la búsqueda de informaciones o de sugerencias laterales se convierte en un medio didáctico *reconocido*, muy pronto puede ser exigible de un alumno que pretende investigar y por lo tanto pone en duda la actividad real.

Entonces el maestro es llamado a su vez a poner en claro esos medios, a clasificarlos, identificarlos, definirlos, a responder de su eficacia. Va entonces quizá a elegir los problemas que permitirán mejor ilustrarlos, aplicarlos, hacerlos funcionar, a título de ejemplos. Pero no puede restringir los problemas de matemáticas y aquellos en los que la aplicación casi automática de un procedimiento anunciado previamente dá la solución. El alumno busca entonces cual sugerencia procedológica es la buena. El círculo se ha completado, las < heurísticas > se han sustituido o han tomado un sitio al lado de los teoremas y las teorías entre los medios en los que hay que elegir para resolver un problema, pero el problema continúa y también el contrato didáctico.

Este camino comienza un tipo de deslizamiento (heurístico) recurrente, comparable al *deslizamiento metacognoscitivo*. Es posible identificar también un *deslizamiento metamatemático* que consiste en sustituir un problema matemático por un debate sobre la lógica de su solución y atribuirle todas las fuentes de errores.

El proceso que acabamos de describir es pues una tendencia resultante, naturalmente de las necesidades del contrato didáctico. Es fácil encontrarle ejemplos en varios momentos de la historia de la enseñanza. Así mismo, es evidente que no tiene nada de ineluctable: las reticencias, después las resistencias, se hacen cada vez más fuertes a medida que el deslizamiento se vuelve importante. Parece ser que, como en el efecto de deslizamiento metacognoscitivo, la única fuerza antagonista es la vigilancia epistemológica.

Al igual que para las analogías, el uso -ingenuo o sistemático- de las heurísticas es un medio excelente de búsqueda de las soluciones de los problemas (siendo la heurística el medio por definición y por excelencia) a condición de ser puesto en marcha bajo la responsabilidad exclusiva de quien lo utiliza. Todo crédito concedido a priori a un método particular, es una fuente de decepciones a menudo amargas, que lo hacen impropio para el contrato didáctico. Con Glaeser, podemos llamar « procedología » a < todo el repertorio de recetas probadas > (sobre los almacenes de problemas clásicos) que la enseñanza... < inculca > y que no son teoremas o metateoremas. La enseñanza no parece tener por misión explícita el inculcar estas recetas, y preferimos admitir que lo hace bajo presión del contrato didáctico.

---

<sup>5</sup> Polya, « Comment poser et résoudre un problème? » (¿Cómo plantear y resolver un problema?).

Por lo contrario, propondría extender el término de « procedimientos algorítmicos » < que aparecen... como sub programas de una investigación heurística » a todo aquello que, en el contrato didáctico, tiende a tener el mismo papel, incluyendo en ello las heurísticas o las ideas originales, las cuales se presentan o se utilizan como recetas.

Es la función y la presentación didácticas las que dejan o retiran el valor a un procedimiento. Más exactamente, es la naturaleza del contrato que se desarrolla a este propósito. Como el efecto Dienes (para el maestro), la afirmación al alumno de que existe un método automático (o casi) para establecer una familia de resultados, aun si es cierto, tiende a descargar de la responsabilidad fundamental del control del trabajo intelectual, bloquea la transmisión del problema, lo que frecuentemente hace fracasar la actividad (y además, permite al alumno contradecir e impugnar el método, si así lo quiere).

Me parece necesario subrayar lo que acabamos de mostrar:

- no hay diferencia de naturaleza entre un uso reservado y legítimo de < la heurística normativa > de Polya, en vista de « la educación » matemática y una fina procedología de segundo orden; únicamente una diferencia de grado en la aceptación del deslizamiento bajo la presión del contrato (o para ir hacia el alumno).
- no hay razón para declarar a priori ilegítimo, para el maestro, dar indicaciones de esta naturaleza (como lo que hemos llamado « la epistemología de los profesores »), se puede considerar que ellas son, en ausencia de una auténtica ciencia de la didáctica, una necesidad profesional inevitable.

Es más importante comprender las condiciones antagonistas que influyen el equilibrio entre las tendencias opuestas (ningún informe - demasiados informes).

Este análisis provoca la siguiente hipótesis: la heurística podría no ser más que una racionalización fundamentada en la epistemología de los profesores, una invención didáctica para las necesidades del contrato, recuperada y desarrollada por los maestros a modo de epistemología espontánea.

## Capítulo IV

### COHERENCIA E INCOHERENCIAS DE LA MODELIZACION CONSIDERADA: LAS PARADOJAS DEL CONTRATO DIDÁCTICO

Considerar la enseñanza como la transmisión del profesor al alumno de una situación de aprendizaje ha permitido reparar en ciertos fenómenos. La tentativa de modelizar esta transmisión como la negociación de un contrato permite explicarlos en gran parte y prever otros.

El resultado de este proceso hará considerar al maestro cómo un jugador ante un sistema, él mismo formado por una pareja de sistemas: el alumno y, digámoslo por un momento, un « medio » despojado de intenciones didácticas a su respecto.

En el « juego » del alumno con el medio, los conocimientos son los medios de aprender las reglas y las estrategias de base, después los medios de elaborar estrategias ganadoras y de obtener el resultado buscado.

En el juego del maestro con el sistema alumno-medio el contrato didáctico es el medio para establecer las reglas y las estrategias de base, y después adaptarlas a los cambios de juego del alumno.

A cada conocimiento, y quizá a cada función de un conocimiento, deben corresponder situaciones (problemas) específicos y probablemente contratos didácticos. La evolución de los jugadores y del juego -a diferencia de los juegos con reglas fijas- conduce a impugnaciones de los conocimientos y del contrato didáctico.

Esta didáctica es la base misma de la constitución de los conocimientos en tanto que articulan lo específico y lo general. Antes de profundizar y de sistematizar esta modelización, es útil examinar su *coherencia*. Este estudio permitirá también precisar las funciones o las relaciones que conviene representar (por reglas) y las dificultades de la empresa.

Este párrafo permitirá exponer más claramente la metodología de la didáctica.

Considerar la enseñanza como la transmisión al alumno de la responsabilidad del uso y de la construcción del saber, conduce a paradojas que es útil señalar.

#### 4.1 La paradoja de la transmisión de las situaciones

El enseñante debe obtener que el alumno resuelva los problemas que le propone con el fin de constatar y de poder hacer constatar que ha logrado su propia tarea.

Pero si el alumno reproduce su respuesta sin haber tenido que hacer él mismo las elecciones que caracterizan el saber conveniente y en qué se diferencia ese saber de los conocimientos insuficientes, el índice se vuelve equívoco. Esto se produce en particular en el caso en donde el profesor ha sido llevado a decir al alumno *cómo* resolver el problema planteado o qué respuesta dar. No habiendo efectuado el alumno ni elección, ni ensayos de métodos, ni modificación de sus propios conocimientos o de sus convicciones, no ha dado la prueba esperada de la apropiación buscada. Sólo ha dado la ilusión. El profesor tiene la obligación social de *enseñar* todo lo que es necesario a propósito del saber. El alumno -sobre todo cuando ha fracasado- se lo pide.

Así pues, mientras más cede el profesor a esas demandas y revela lo que él desea, más dice precisamente al alumno *aquello* que éste debe hacer, más arriesga perder sus oportunidades de obtener y constatar objetivamente el aprendizaje que debe pretender en realidad.

Es esa la primera paradoja: no es por completo una contradicción, pero el conocimiento y el proyecto de enseñar van a tener que avanzar bajo una máscara.

Ese contrato didáctico pone pues al profesor ante una verdadera exhortación paradójica: todo lo que emprende para hacer producir por el alumno los comportamientos que espera, tiende a privar a este último de las condiciones necesarias para la comprensión y el aprendizaje de la noción considerada: si el maestro dice lo que quiere, no puede ya obtenerlo.

Pero el alumno está, también él, ante una exhortación paradójica: si acepta que, según el contrato, el maestro le enseña los resultados, no los establece por él mismo y por tanto no aprende matemáticas, no se las apropia. Si, por lo contrario, rehusa toda información de parte del maestro, entonces, la relación didáctica se rompe. Aprender implica, para él, que acepte la relación didáctica pero que la considere como provisional y se esfuerce por rechazarla. Veremos más adelante en qué forma.

## 4.2 Las paradojas de la adaptación de las situaciones

Admitamos que el sentido de un conocimiento proviene en buena parte del hecho que el alumno adquiere éste adaptándose a las situaciones didácticas que le son propuestas (transmitidas).

Admitiremos también que existe, para todo conocimiento, una familia de situaciones susceptible de darle un sentido correcto.

En ciertos casos, existen algunas situaciones fundamentales accesibles al alumno en el momento deseado. Esas situaciones fundamentales le permiten fabricar rápidamente un concepto correcto del conocimiento que podrá insertarse, llegado el momento, sin modificaciones radicales, en la construcción de nuevos conocimientos.

Pero supongamos que existen conocimientos para los cuales las condiciones anteriores no son realizadas: no existen situaciones suficientemente accesibles, suficientemente eficaces y en número suficientemente pequeño para permitir a los alumnos de cualquier edad el acceder de golpe, por adaptación, a una forma de saber que pueda considerarse como correcta y definitiva: hay que aceptar etapas en el aprendizaje. El saber enseñado por adaptación en la primera etapa será provisoriamente, no sólo aproximativo, sino también en parte falso o inadecuado.

El enseñante se encuentra entonces ante nuevas paradojas:

### *i) inadaptación a la exactitud*

Aun si ese saber enseñado durante una primera etapa es necesario para abordar una etapa ulterior, el enseñante debe esperar verse reprochar los errores así tolerados o suscitados. Los reproches vendrán tanto de sus alumnos como de los profesores de los niveles superiores, a menos que una tradición o que una negociación cultural los disculpen.

En la hipótesis considerada, existe una alternativa: el profesor renuncia a la enseñanza por adaptación: enseña directamente un saber conforme a las exigencias científicas. Pero entonces esta hipótesis implica que debe renunciar a dar un sentido a ese saber y a obtenerlo como respuesta a situaciones de adaptación, porque entonces los alumnos le adjudicarán significados falsos.

El profesor puede elegir entre enseñar un saber formal y despojado de sentido o enseñar un saber más o menos falso que habrá que rectificar.

Las opciones intermedias podrán conjugar los dos inconvenientes y aun complicarlos.

El alumno al que se le enseña, por una parte, un conocimiento « erudito » y a quien se le presentan, por la otra, situaciones de referencias inadecuadas, es capaz de impugnar toda suerte de contradicciones e inadaptaciones entre esos dos objetos de enseñanza. Los conocimientos que logra, comprendiendo, son hasta falsos o diferentes de aquellos que se le pretende enseñar.

Las distinciones que se establecen entre saber teórico y saber práctico, a menudo no son, quizás, más que una simple consecuencia y una recuperación de esta dificultad meramente didáctica. Aquí también, el alumno debe comprender y aprender; pero para aprender debe, en una cierta medida, renunciar a comprender y para comprender, debe arriesgarse a no aprender. Tomar como objeto de enseñanza el saber y su génesis (verdadera o ficticia), y enseñar el saber y su sentido tampoco es una solución perfecta.

### *ii) Inadaptación a una adaptación ulterior*

La memorización de conocimientos formales, ampliamente despojados de sentido, puede quizá ser muy costosa en ejercicios de aprendizaje. Estos últimos no deben reintroducir demasiado sentido, lo que aumenta más su dificultad. La representación que se hace el alumno del saber matemático y de su funcionamiento se encuentra profundamente perturbado. Mientras más haya sido entrenado el alumno en los ejercicios formales, más le es difícil, más tarde, restaurar un funcionamiento fecundo de los conceptos así recibidos. < La aplicación > de un saber aprendido preparado, se produce mal porque la lógica de la articulación de las adquisiciones que lo componen es únicamente la del saber mismo y el papel de las situaciones ha sido excluido a priori.

Examinemos la elección inversa, la de una comprensión, provisoriamente errónea, de un saber obtenido por adaptación a problemas « introductorios ». Habrá que retomar y modificar ese saber.

Aparece una nueva paradoja: si los alumnos se han adaptado *bien* a las situaciones que les son propuestas, han comprendido mejor las razones de sus respuestas y las relaciones de su conocimiento con los problemas, será pues más difícil, a continuación, cambiar ese saber para volverlo correcto y para completarlo.

Acabamos de mostrar que para algunos conocimientos es bastante previsible que el saber será tanto más difícil de < retomar > y modificar de lo que habrá sido mejor aprendido, mejor comprendido y mejor confirmado en la primera etapa.

Ese hecho se debe sin duda a razones de orden psicológico: es tanto más difícil cambiar los hábitos o las opiniones, como éstas estén más íntimamente ligadas a actividades más personales más numerosas y más antiguas.

Pero podría también deberse a una razón más directamente epistemológica. La sobreadaptación del « saber » a la solución de una situación particular no es necesariamente un factor favorable a la solución de una situación nueva. Una diferenciación más fuerte, una dependencia demasiado grande en relación a los « conocimientos » directos y la evolución se vuelven imposibles. El saber primario obstaculiza. Algunos de esos obstáculos son inevitables y constitutivos del saber -otros son el resultado de un sobre esfuerzo didáctico.

Así, en la hipótesis de un saber inaccesible para todo alumno por una adaptación algo corta a una situación fundamental bastante correcta, el profesor se encuentra ante una nueva paradoja.

Inversamente, si renuncia a fijar, a institucionalizar las adquisiciones, aun las parciales, el alumno no encontrará ningún apoyo en las etapas siguientes. En algunos casos, mientras más se adapta el alumno a una situación didáctica intermedia, más queda inadaptado para la etapa siguiente.

Es inverosímil que sea este fenómeno el que guíe a los profesores de niveles superiores a no utilizar las enseñanzas más elementales más que bajo la forma de procedimientos o de algoritmos y, si hay que esgrimir el sentido, hacerlo en situaciones con un vocabulario y métodos bastante diferentes como sea posible de los niveles precedentes.

#### 4.3 Las paradojas del aprendizaje por adaptación

##### i) Negación del saber

¿Es consistente la hipótesis de que el alumno podría construir su conocimiento por una adaptación personal a una situación a-didáctica?.

Imaginemos en efecto que el profesor transmita al alumno una fuente de cuestiones auto-controlables<sup>6</sup> o de un problema. Si el alumno resuelve ese problema, puede pensar que lo ha hecho por el ejercicio normal de sus conocimientos anteriores. El hecho de haberlo resuelto le parecerá como la prueba de que no tiene nada nuevo que aprender para ello. Aun si está consciente de haber reemplazado una estrategia antigua y culturalmente identificada por otra de su « invención », le será muy difícil declarar que esta < innovación > es un conocimiento nuevo: ¿qué necesidad tiene de identificarla como un método ya que ella parece poder producirse fácilmente cuando es necesario? ¿Cómo podría un individuo distinguir en todas las decisiones que ha tomado, las que son separables de la situación y que podrían servir tal como son en otras situaciones, de aquellas que son meramente conjeturales y locales?.

Las condiciones sociales de un aprendizaje por adaptación, rechazando el principio de la intervención de los conocimientos de un tercero para producir la respuesta, tiende a hacer imposible la identificación de esta respuesta como una novedad, por tanto como correspondiendo a una adquisición de conocimientos.

El sujeto banaliza la cuestión de la que conoce las respuestas en la medida en que no tiene los medios de saber si otros se la han planteado, o si alguien no ha sabido responder a ella, o también si otras cuestiones se le parecen o le están ligadas por el hecho de que podrían recibir una respuesta gracias a ésta..., etc. Hace falta entonces que alguien externo llegue a señalar sus actividades e identifique las que tienen un interés, un estatuto cultural. Esta institucionalización es de hecho una transformación completa de la situación. Elegir algunas cuestiones entre aquellas que se sabe resolver, colocarlas al centro de una problemática que confiere a las respuestas que esas cuestiones apelan a un estatuto de conocimiento más o menos importante, ligarlas a otras cuestiones o a otros conocimientos, constituye finalmente lo esencial de la actividad científica. Ese trabajo cultural e histórico difiere totalmente de lo que parecería que debe ser dejado a cargo del alumno y corresponde al enseñante. No es pues el resultado de una adaptación del alumno.

De cierta manera, la adaptación contradice la idea de la creación de un saber nuevo. Inversamente, el saber es casi el reconocimiento cultural de que el conocimiento directo es impotente para resolver naturalmente algunas situaciones (paradaptación).

#### *ii) Destrucción de su causa*

Las situaciones que permiten la adaptación del alumno son frecuentemente repetitivas por naturaleza: el alumno debe poder hacer varias tentativas, invertir de la situación con ayuda de sus representaciones, sacar consecuencias de sus fracasos o de sus éxitos más o menos fortuitos...

La incertidumbre en la que está sumido es a la vez fuente de angustia y de placer. La reducción de esta incertidumbre es el fin de la actividad intelectual y su motor. Pero conocer la solución por adelantado, es decir haber transformado respuestas satisfactorias, pero locales, en método dando la respuesta en todos los casos, destruye el carácter incierto de la situación, que se encuentra entonces vacía de su interés. Así el conocimiento priva al alumno del placer de buscar y encontrar una solución « local ». La adaptación -por el conocimiento- coincide pues con la renuncia a una incertidumbre en resumen agradable. La adaptación del alumno tiende a destruir la motivación que la produce, como tiende a quitar todo sentido a la situación que la provoca.

Ella debería pues detenerse muy rápidamente y, en el límite, no producirse desde el momento en que un proceso se vuelve necesario.

---

<sup>6</sup> Es decir, unas a las que el alumno no supiera responder a priori, pero que podrá hacerlo luego que tenga una solución y sabrá si ella es exacta sin recurrir al maestro.



La imagen simple de una adaptación tiene perturbaciones exteriores y no es satisfactoria para representar el fenómeno del aprendizaje. Ella no deja sitio para dos elementos esenciales para el mantenimiento del proceso:

- por una parte, la creación de una motivación intrínseca que vuelve a lanzar al alumno a la búsqueda de otra « ocasión » para adaptarse sin la tentativa de adaptar el medio a él mismo,
- por la otra, la adaptación interna del sujeto sin perturbaciones exteriores y sin « actividad » real (como por ejemplo la resolución de las contradicciones internas del sujeto, nacidas de la asimilación de esquemas nuevos de lo que habla Piaget).

#### 4. 4 La paradoja del comediante

¿Puede el profesor escapar a la transmisión, a la intención directa de enseñar tal saber particular? ¿Puede escapar a la situación didáctica? Después de todo, le bastaría quizás ser matemático y comportarse como tal ante y con el alumno. La participación progresiva de este último a esta actividad podría permitirle aprender las matemáticas como una actividad cultural directa, sin desfase de lenguaje o de método, tampoco sin transposición. El alumno aprendería las matemáticas como ha aprendido su lengua materna. ¿Puede el medio cultural ser « naturalmente » enseñante sin ser localmente didáctico? ¿El sistema didáctico puede ser considerado sin enseñante?

Ciertamente, numerosos trabajos han mostrado el papel importante jugado por el medio familiar social y cultural en las diferencias de comportamientos y de éxito escolar.

Es creíble que el niño puede aprender muchas cosas en la medida en que la actividad matemática de los miembros de la familia se traduzca en debates y en cuestiones que pueden serle accesibles; retendrá especialmente métodos, exigencias, hábitos y una colección de dificultades; es decir informaciones de naturaleza epistemológica. Pero cuando un proyecto de aprendizaje personal de un saber determinado llegue a definirse, el niño volverá a ser el alumno y el sistema fundamental volverá a aparecer: uno será el enseñante, el otro el enseñado y ya sea espontáneo o institucional, el maestro no puede escapar a la transmisión del saber.

Ese conocimiento cuyo texto existe ya, no es más una producción directa del maestro, es un objeto cultural, citado o recitado. Y su reproducción al momento deseado es pues mucho más comparable a una obra de teatro representada para el alumno por el alumno mismo, que una aventura vivida con él mismo. Si el alumno quiere vivir su aprendizaje, el maestro es necesariamente un actor, desde que sabe por anticipado lo que quiere enseñar. No se trata de una metáfora: el enseñante es realmente un actor -con o sin texto- ocupado en hacer vivir una reproducción del conocimiento a su alumno.

Este enfoque responde en parte a la cuestión inicial, pero la transforma y la fragmenta:

- i) ¿debe el maestro « hacer » las matemáticas que quiere enseñar, en el sentido en el que el actor debería sentir los sentimientos que quiere compartir al espectador?
- ii) ¿debe el maestro rehacer cada vez su texto sobre un boceto como en la *commedia dell'arte*, o debe atenerse a un « texto » ya probado?

Sobre el último punto, Diderot ha formulado en un estudio célebre la paradoja inherente a la actividad del comediante: Mientras más siente el actor las emociones que quiere presentar, menos es capaz de hacerlas sentir al espectador pues « observador continuo de los efectos que produce, el actor se vuelve (de alguna manera) espectador de los espectadores, al mismo tiempo que lo es de él mismo y puede de esta manera perfeccionar su juego ».

Esa paradoja se prolonga al caso del profesor. Si él mismo produce sus preguntas y sus respuestas de matemáticas, priva al alumno de la posibilidad de actuar. Debe pues dejar tiempo, dejar preguntas sin respuestas, utilizar las que el alumno le da e integrarlas en su propia maniobra dejándoles un sitio cada vez más grande... Ese esquema idílico puede desarrollarse mientras el profesor fabrica un conocimiento nuevo, pero si el conocimiento es determinado por anticipado, esta < libertad > no es más que un juego de actor y el alumno es convidado a ser otro actor, sujeto a un texto o al menos a un boceto, que se supone ignorar. Algunos esquemas pedagógicos postulan la necesidad de que el maestro ignore él mismo el saber por construir (transmitir) de manera de estar mejor capacitados para efectuar en forma conveniente el paso de la ignorancia al saber. La existencia de esos esquemas es la prueba de la pertinencia de nuestro análisis. Es fácil mostrar su carácter ilusorio (lo que no quiere decir que todos los intentos de este tipo fracasen, sino que no tienen éxito más que bajo otras condiciones).

Tal como lo muestra nuestro estudio (*The facility of Knowledge, G. Brosseau. M. Otte*), la paradoja de Diderot se aplica al profesor de manera extendida y es quizá fundamental y más aguda que para el comediante. Entre otras, la explicación de la resistencia de los actores a este análisis puede extenderse a las observadas en el mundo de los profesores...

La « paradoja » en el sentido de Diderot es « una oposición absurda en apariencia, a causa de que es contraria a las opiniones recibidas y que no obstante es verdadera en el fondo » (Encyclopédie). Nosotros le hemos dado un sentido más estrecho. Nuestras paradojas son especies de contradicciones funcionales entre un juego, aparentemente exhaustivo, de decisiones y su finalidad.

La solución de esas paradojas con la misma razón que la explicación de los fenómenos observados, es uno de los principios de una teoría de las situaciones al mismo tiempo que un medio de poner a prueba su consistencia.

## Capítulo V

### MEDIOS Y METODOS DE LA MODELIZACION DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

Se trata de exponer aquí el instrumento de la modelización: el juego, después de discutir cuáles serán las relaciones de esos « modelos » con la realidad que describen.

Esas relaciones no son las de un original, que sería el juego fundamental como modelo, con su copia, lo que sería la realidad didáctica, y en donde las dificultades serían imputables a las desviaciones introducidas por una < mala > respuesta de los jugadores. Esas relaciones, por lo contrario, dejan sitio a la confrontación con las observaciones y son falsificables. El enfoque sistemático así propuesto será ilustrado por una discusión de los primeros sub sistemas fundamentales a tomar en consideración. Mostraremos que la necesidad de introducir un sistema < intermedio » en el juego didáctico del alumno no es una

fijación del modelo (los instrumentos del juego) ni el producto de una observación, sino una necesidad interna.

## 5.1 < Situación fundamental correspondiente a un conocimiento >

Modelizar una situación de enseñanza consiste en producir un juego específico del saber considerado, entre diferentes sub sistemas: el sistema educativo, el sistema alumno, el medio, etc. No se trata de describir precisamente esos sub-sistemas en otra forma que no sea por las relaciones que tienen en el juego.

Antes de precisar el tipo de juego que será utilizado, hay que identificar las dos grandes finalidades de la modelización:

5.1.1. Respecto al conocimiento: el juego debe ser tal que el conocimiento aparezca bajo la forma elegida, como la solución, o como el medio para establecer la estrategia óptima: ¿es conocer tal propiedad el único medio de pasar de tal estrategia a tal otra? ¿Por qué buscaría el alumno reemplazar ésta por aquella? ¿Qué motivación cognoscitiva lleva a producir tal formulación de una propiedad o tal demostración? ¿Tal razón de producir ese saber es mejor, más justa, más accesible o más eficaz que tal otra?

Ese género de preguntas puede ser planteado a priori. En un primer tiempo, las respuestas puede ser sacadas de la lógica del juego, de la historia de las ciencias o del análisis matemático, o didáctico: el juego específico de un saber debe justificar el empleo o la aparición, conforme a la didáctica teórica.

5.1.2. Respecto a la actividad de la enseñanza: el « juego » debe permitir representar todas las situaciones observadas en las clases -(si no los desarrollos particulares)- aun las menos « satisfactorias » desde el momento en que ellas logran hacer aprender a los alumnos una forma de saber considerada. Debe poder engendrar todas las variantes, aun las más degeneradas. Ellas se obtendrán por la elección de los valores de ciertas variantes características de ese juego .

Los conceptos generales de la didáctica deberán permitir el establecer el significado relativo de esas diferentes variantes, explicar y prever sus efectos, sobre el tipo de conocimiento que hacen adquirir, sobre el desarrollo de las actividades de enseñanza que discriminan y sobre la calidad de su resultado.

Inversamente, deberán permitir conjuntar un conocimiento de las condiciones que las justifican, que las hacen necesarias, bajo diferentes formas.

Ajustar esas condiciones en función de lo que sabemos de epistemología, de la psicología del niño, de la lingüística, o de la sociología es un objetivo razonable de la didáctica.

Proporcionar un contrapunto experimental a las reflexiones de los epistemólogos o de los teóricos del conocimiento, es una ambición legítima. Pero no podría tratarse de pretender que toda actividad de producción de saber es asimilable a un comportamiento < económico >

---

\*

en un juego que pueda hacerse explícito. Por lo demás, el saber es siempre ampliamente sobredeterminado. No se trata más que de modelos, asumidos como tales.

## 5.2 La noción de juego

Modelizar la vaga noción de < situación > por la de < juego > exige una precisión sobre los sentidos otorgados a esa palabra. Sus cinco definiciones principales tienen todas una relación con los elementos por presentar.

- i) La primera caracteriza al conjunto de las relaciones, el « hipo-sistema » por modelizar:

< Actividad física o mental, meramente gratuita, generalmente fundamentada sobre la convención o la ficción, que no tiene en la conciencia del que expone otra finalidad que ella misma, otro objetivo que el placer que procura. > (Def. 1).

Esta definición pone en escena esencialmente un jugador -capaz de sentir un placer, de concebir una ficción y establecer convenciones y *relaciones* con un *medio* no precisado. Proporciona una actividad y su placer depende de ella. Pero la definición insiste sobre todo en el carácter casi aislado del sistema así evocado. Para el jugador -se admite que pueda existir un < Deus ex machina ><sup>7</sup> del que no debe estar consciente. Para él pues, la actividad es gratuita. ¿Pero cómo conciliar esa idea de una acción motivada por el placer y por lo tanto gratuita? ¿No todas las acciones estarían finalmente motivadas por el placer? Interpretaremos la frase en el sentido siguiente:

Las decisiones y las acciones *durante* el juego sólo están reglamentadas por el placer que el jugador experimenta al cumplirlas, probando sus efectos, pero la decisión de entregarse al juego mismo no tiene como término ninguna finalidad. Volveremos más adelante sobre esta noción de gratuidad.

Al lado de este primer sentido, encontramos otros cuatro:

- ii) El juego es < la organización de esta actividad bajo un sistema de reglas que definen un éxito o un fracaso, una ganancia y una pérdida > (Lalande) (Def. 2). Es el < jugársela >.
- iii) Es también, y nosotros utilizaremos a menudo la palabra en ese sentido, « lo que sirve para jugar, los instrumentos del juego >, y eventualmente uno de los estados del juego determinado por un ensamblaje particular de los instrumentos del juego. (Def. 3).

---

<sup>7</sup> "Deus ex machina" es una expresión de teatro que se refiere a la intervención inesperada de un personaje que resuelve sorpresivamente una situación. (N. del T.)

- iv) Es a veces < la manera cómo se juega >, el « play ». En el caso en que se tratará de procedimientos, preferiremos los términos de < táctica > o de estrategia. (Def. 4).
- v) Es finalmente el conjunto de posiciones entre las cuales el jugador puede elegir en un estado dado del juego (en el sentido 2 -y por extensión, por ejemplo en mecánica, del conjunto de posiciones posibles y por lo tanto los movimientos de un sistema, de un órgano, de un mecanismo que por lo demás se ha sujetado a respetar ciertas restricciones. (Def. 5).

Las relaciones entre los diferentes sentidos aparecen en la figura (1). Recordemos que formalmente, un « juego » de  $k$  personas (por ejemplo), es la estructura definida por los datos de:

1. Un conjunto  $X$  de « posiciones » distintas en las cuales pueden encontrarse los objetos y las relaciones pertinentes.
2. Una aplicación  $\Gamma$  de  $X \rightarrow P(X)$  que, a todo estado  $x \in X$  hace corresponder el conjunto  $\Gamma(x)$  de las posiciones permitidas entre las cuales el jugador < al tirar > puede elegir partir del estado  $x$ .  $\Gamma$  Representa entonces las reglas.

**envite función de preferencia**

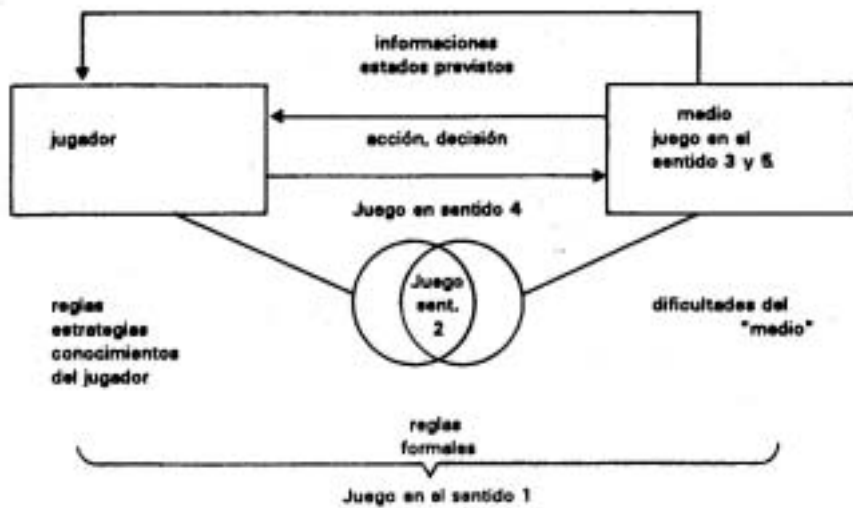


Fig.1  
36

3. Un estado inicial  $I$  y uno o dos estados terminales  $F$  (tales que  $\Gamma^{-1}(I) = \Phi$  y  $\Gamma(F) = \Phi$ ).

4. Un conjunto  $J$  de  $k$  jugadores y una aplicación  $\Theta$  de  $J \times X$  en  $J$  que, en cada estado  $x$  de juego, designa al sucesor en el tiro  $\Theta(j, x)$  del jugador  $j$ .

5. Una función llamada de gane, de apuesta o de preferencia y que es una aplicación de  $A$ , partiendo de  $X$  *conteniendo*  $F$ , en  $R$ .

Esta definición no es general y se pueden hallar ejemplos de juegos que reclaman una modelización diferente, sensiblemente más compleja: por ejemplo, ella conviene para el ajedrez o los caballitos, no para los juegos de papeles.

No obstante ella es suficiente para definir algunos términos de didáctica.

- Una partida es una sucesión finita de estados  $(x_i)_{1 \leq i \leq n}$  de  $X$  tal como  $x_1 = I, x_n \in F$  y  $\forall_i x_{i+1} \in \Gamma(x_i)$ . Los estados permitidos son las posiciones de  $X$  que puede figurar en una partida (en ajedrez, los estados no permitidos se llaman a veces una fantasía).
- Una estrategia  $S$  es una aplicación de  $X \rightarrow X$  que determina las elecciones de un jugador en todos los estados permitidos  $S(x) \in \Gamma(x)$ , ya que hay  $k$  jugadores,  $k$  estrategias bastan para determinar una partida.
- Una táctica  $T_A$  será una aplicación de una parte  $A$  de  $X$  en  $X$  y tal que  $x \in A, T_A(x) \in \Gamma(x)$ . Una estrategia es pues una táctica definida sobre todo  $X$ .
- Un estado de conocimiento de un jugador,  $C$  estará caracterizada por una aplicación de  $X$  en  $\Gamma(X)$  tal que  $(\forall x) (C(x) \in \Gamma(x))$ . Un conocimiento (no vacío) restringe estrictamente las elecciones de los jugadores. (Esta definición debe aproximarse a la de la información).
- Un conocimiento *determinante* reduce a un único estado la elección del jugador en un cierto número de estados (respectivamente en todos los estados), y por tanto caracteriza una táctica (respectivamente una estrategia).

Una adquisición de conocimientos, por ejemplo bajo el efecto de una información recibida (o de un aprendizaje), es una modificación del estado de conocimiento: una pareja  $(C, C')$  en realidad  $C'$  al instante  $t$ ,  $C'$  al instante  $t + \Delta t$ .

Lo mas a menudo, siguiendo en ello la teoría de la información, se considera que  $C'(X) = C'(x)$ , es decir que el conocimiento reduce la incertidumbre del sujeto suprimiendo posibilidades de elección.

Pero es necesario, para modelizar las modificaciones de conocimientos del alumno, imaginar que no considera de inmediato todas las posiciones permitidas (aun cuando ellas lo estén por las reglas, objetivamente) y que la modificación de su estado de conocimiento pueda consistir no en reducir su incertidumbre, sino por lo contrario en aumentarla por la consideración en el momento

t + t de nuevas posibilidades abiertas a su elección. Esta consideración descarta el uso estricto de la teoría de la información.

- Modelo de acción<sup>8</sup>: Llamaremos < modelo de acción > a toda estrategia o a todo procedimiento de cálculo que engendre una estrategia (o una táctica).

Así mismo, podríamos llamar representación a < aquello > que en un juego particular, va a engendrar los estados de conocimiento, lo que va a permitir preverlo.

La primera ventaja de un modelo de ese género es permitir en casos precisos, considerar a priori < todos > los grupos de respuestas y compararlas desde el punto de vista de su eficacia.

Una estrategia ganadora proporciona contra toda defensa una parte de ganancia positiva, pero se pueden evaluar diversas características:

- su costo, por ejemplo el número de intentos induciendo el fin de la partida,
- la ganancia que procura...

Una estrategia no ganadora cada vez podrá no obstante ser mejor que otra desde el punto de vista de los riesgos de pérdidas que contiene, las ganancias que permite esperar, etc. La teoría del juego permite entonces estudiar los dilemas que se presentan. La mayoría de los ejercicios de aprendizaje fundamentales son considerados contra un compañero que es la « naturaleza ».

La construcción de modelos de acción permite ir mucho más lejos en el análisis de los comportamientos posibles del sujeto, como lo hacemos en varios ejemplos (cf. tesis H. Ratsimba-Rajohn). El estudio de la adecuación de una situación a un conocimiento busca pues mostrar que la estrategia óptima puede ser engendrada por este conocimiento y no por otro. Recíprocamente, se vuelve entonces posible hacer hipótesis sobre las variables de la situación y sobre su influencia sobre las estrategias y sobre los cambios de estrategias (cf. tesis Bessot-Richard).

El sentido de una decisión, de una elección del alumno puede ser modelizada por él también, con la ayuda de varias componentes, entre las cuales están:

1. El conjunto de las elecciones consideradas por el alumno y rechazadas por una elección retenida.
2. El conjunto de las estrategias posibles consideradas y excluidas, en particular el grupo de elecciones o estrategias de reemplazo consideradas por el sujeto.
3. Las condiciones mismas del juego que parecen determinantes para la elección retenida, en particular el espacio de las situaciones engendradas por los valores de las variables pertinentes que mantienen con la decisión un carácter de óptimo, de validez o de pertinencia.

---

<sup>8</sup> He utilizado esas definiciones en varios casos y especialmente en el estudio de las estrategias de mediciones con H. Ratsimba-Rajohn. Se encontrará en su tesis una redacción mucho más detallada con varios ejemplares interesantes, así como en la tesis de A. Bessot y F. Richard.

### 5.3 El juego y la realidad

#### 5.3.1 Similitud

En su vida *real*, el sujeto organiza sus acciones según sus intereses, en el marco de reglas desconocidas y cambiantes; en lo opuesto de esas actividades serias, profesionales o privadas, se presentan las situaciones de juego en donde puede, por lo contrario, elegir sus reglas, entregarse al placer, liberar otras dificultades.

Sin embargo se conocen numerosos ejemplos en los que la descripción precisa del funcionamiento de ciertas relaciones sociales, financieras, económicas, militares, etc. es aclarada y facilitada por su transcripción en términos de juego; la situación de juego es a menudo un buen modelo de situaciones reales.

Por ello el juego puede ser un poderoso derivativo y un símbolo de la vida: ¡se le parece! Al mismo tiempo, puede hacerse director de dificultades que, en la realidad, oprimen al jugador y esta libertad juega un papel fundamental en el equilibrio de las frustraciones que causan.

Examinemos por ejemplo el juego de la muñeca reportado por Freud. El niño hace desaparecer la muñeca bajo un mueble « se va », luego a voluntad la hace reaparecer « vuelve »... Se ven claramente las relaciones que el juego puede tener con las apariciones y las desapariciones -no controladas y sobre todo no previsibles- de la madre. Pero sería erróneo el creer que la muñeca representa a la madre y que el niño reproduce o imita sin más una relación de la vida ordinaria.

Para el niño, el interés reside en que, en el modelo, (en el juego) él *dirige*. los movimientos de la muñeca, mientras que en la vida no tiene poder sobre las apariciones de su madre. Ese juego de la muñeca le permite revivir la angustiada situación de la separación con su madre: « se va » pero de controlar el efecto emotivo suscitando a voluntad la alegría del regreso « vuelve ». Ciertamente, la reproducción del placer está ligada al proceso y es preciso que la muñeca desaparezca para poder reaparecer. Sin embargo, es el control de parte del niño lo que es la condición fundamental. Una muñeca « automática » que apareciera a intervalos regulares de tiempo no jugaría el mismo papel. Desde el momento en que el niño pudiera prever las reapariciones, el juego cesaría de interesarle.

Una muñeca que haga apariciones aleatorias (que no se pueden ordenar ni prever) sería angustiada, demasiado « realista », es decir demasiado cercanas a la situación simbolizada de la madre. A menos que no descubra que la muñeca reaparecerá pronto seguramente, que la acecha y que efectivamente se le ve durante este tiempo de espera a un momento igualmente imprevisto: en esas condiciones, ocurre que el bebé estalla en risa, sobre todo si descubre que alguien dirige la muñeca con malicia. Pero esa risa es una reacción de defensa, es lo opuesto del placer de la toma del control de las situaciones como la burla está opuesta al poder. Risas, pero risas de la angustia a punto de ser dominada.

El juego es un símbolo en el sentido en que se parece « suficientemente » a la vida. Solicita del jugador el mismo género de posibilidad de acción, el mismo género de



emociones, de motivaciones, y se distingue porque dirige en ellas la mayoría de las condiciones que, en la realidad, subyugan y escapan al jugador.

La semejanza es el medio de dar un sentido a la diferencia.

### 5.3.2 Diferencia

Se podría creer así que se ha justificado y explicado la separación fundamental que opone el juego a la vida, o más exactamente el deseo y la realidad, permitiendo colocarlos uno en relación al otro:

- el juego convencional y simbólico haciendo su papel en el interior del juego de la vida.
- el juego símbolo de la vida...

Pero si se sigue a Lacan, el símbolo creado para equilibrar las frustraciones y las tensiones nacidas de las relaciones con el objeto del deseo, hereda de hecho su carácter frustrante. Por ejemplo, cuando la muñeca aparece cuando se quiere y donde se quiere, la toma de control está terminada y el juego desaparece en tanto que tal. Así, el juego que sigue siendo un juego por definición no satisface al jugador y crea la necesidad de una nueva partida, un nuevo juego o un nuevo símbolo. Lacan dice que las relaciones con el símbolo deben ser ellas mismas equilibradas por la creación de un nuevo símbolo; de esta manera la cadena del sentido se abre.

El juego debe estar, ya sea controlado totalmente y por tanto rechazado como objeto de deseo, o bien reproducido sin fin. Esas dos condiciones son muy importantes:

- un « juego » en donde el jugador dirigiera todas las salidas, todos los resultados, y ganara con seguridad, no ofrecería ninguna incertidumbre, y no daría lugar a ninguna simulación de las incertidumbres de su < modelo ».

Si < un juego complicado no es un juego utilizable tal como se clasifica... un juego analizado es un juego muerto > (A. Deledicq)- el juego no puede ser meramente gratuito. Es necesario que haya, ante, el jugador, un compañero, un medio, una ley de la naturaleza que se oponga en cierta medida, a lo que obtiene cada vez el resultado deseado.

### 5.4 Enfoque sistemático de situaciones de enseñanza

El enfoque sistemático de las situaciones de enseñanza parece indicado en la medida en que los sub-sistemas presentes: el enseñado y el sistema educativo, son identificables inmediatamente como actores.

Presenta interés en la medida en que la consideración (de los sub-sistemas liberados permite o bien simplificar sensiblemente el estudio de los problemas planteados, o bien aislar algunos de esos problemas que pueden ser resueltos en esos subsistemas. Se revela indispensable si la totalidad de los fenómenos didácticos puede ser considerada de esta manera y puede entonces pretender el proporcionar un fundamento teórico.

Pero ofrece cierta ambigüedad y hay peligro de que no sea más que el instrumento de una proyección sobre la realidad del modelo pensado por el investigador.

El enfoque (sistemático) clásico de las situaciones de enseñanza pone el énfasis en los sistemas concretos, en presencia (el maestro, el alumno) y sus funciones, sus propiedades. Conduce a examinar, con la ayuda del modelo de funcionamiento social, la manera en que esas funciones son aseguradas e interiorizadas. Las dificultades observadas serán entonces imputadas a las malas respuestas dadas para las necesidades del sistema. Ese razonamiento constituye una fijación, (Berger y Luckmann, 1966), se dirá que el esquema abstracto y la realidad K deben > coincidir, y que ya no hay sitio para la experiencia y la falsificación. Por lo contrario, la descomposición en sub-sistemas, considerada aquí, tiene como objetivo la definición de los juegos que permiten coordinar las estrategias opuestas de los compañeros relacionados. Encontraremos así el juego del alumno con su entorno didáctico, relativamente al saber, los juegos del maestro que juega con los juegos del alumno... Se trata de postular el objeto del estudio didáctico y probar su existencia. El método aparece, desde 1970, en los trabajos que agrupamos a continuación, y se mejora a continuación en forma empírica. Está muy cercano al preconizado por Crozier y Friedberg (1977) para el estudio de los sistemas sociales y políticos:

« Si se pueden... descubrir estrategias suficientemente estables en el interior de un conjunto » (de personas) y si se puede, por otra parte, descubrir los juegos, las reglas del juego y las regulaciones de esos juegos a partir de las cuales esas estrategias pueden ser efectivamente consideradas como racionales, se tiene a la vez la prueba efectiva que este conjunto puede ser considerado como un sistema de respuestas ya precisas sobre su modo de gobierno »<sup>9</sup>.

Sería también ingenuo creer que la construcción de esos < sistemas de acción concreta > que articulan los juegos de los actores en presencia, según Crozier y Friedberg, puede olvidarse de la confrontación permanente con la realidad. Anticipar la pertinencia de los elementos retenidos para explicar un fenómeno, incluye evidentemente el riesgo de encerrarse en las categorías previas que se han aceptado como punto de partida, porque eran conformes con las ideas recibidas. Y es únicamente por un trabajo incesante de análisis del significado de numerosas observaciones naturales o provocadas y de exigencias metodológicas locales y globales como se pueden relacionar esas observaciones a las hipótesis sobre los juegos, en relación a las cuales son racionales y sobre el sistema didáctico que contiene esos juegos.

## Capítulo VI

### LAS SITUACIONES A-DIDACTICAS

---

<sup>9</sup> L'acteur et Système, p. 216

## 6.1 Los sub-sistemas fundamentales

### 61.1 Esquemas clásicos

En un primer enfoque, el juego didáctico pone en relación un primer jugador: el sistema educativo -el maestro- portador de la intención de enseñar un conocimiento, y un segundo jugador, el enseñado, el alumno. Hemos mostrado precedentemente la necesidad del maestro, real o interiorizada.

¿Es posible definir el juego didáctico limitándose a esos dos sub-sistemas? Se han propuesto varios esquemas para ello, el de la comunicación debido a Osgood y el del condicionamiento escolar de Skinner.

En el esquema de la comunicación, el sistema educativo es un emisor de informaciones, el alumno un receptor que decodifica los mensajes que recibe, con la ayuda de su repertorio. La enseñanza consiste, con el auxilio de mensajes formados únicamente con el repertorio del receptor -para que sean inteligibles-, suscitar la creación de nuevos elementos que unir al repertorio (fig. 2). Queda claro que la regla que se impone a un maestro que adoptara este modelo, sería la de jamás introducir un conocimiento nuevo más que por un método de construcción conocido que se refiera a conceptos conocidos. Lo que es comunicado, es únicamente el saber bajo su forma cultural y para las matemáticas, bajo su forma axiomática. Ese modelo es insuficiente por numerosas razones. Por ejemplo, no permite definir el sentido de mensajes memorizados más que como reformulación de mensajes anteriores. Por otra parte, ¿porqué serían memorizados esos mensajes?.

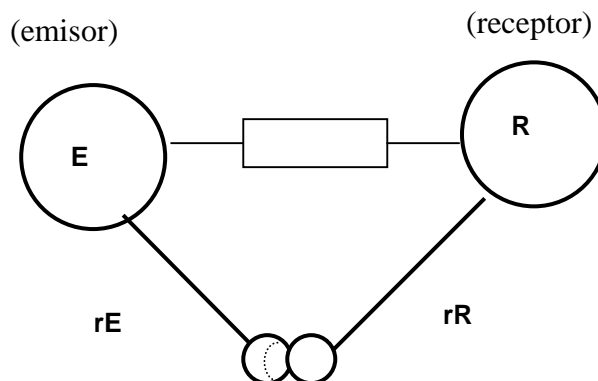


Fig. 2

Los aprendizajes « por aprehensión estadística en los que los significados de las oraciones propuestas más frecuentemente por el emisor se insertan poco a poco en el repertorio del receptor modificándolo »... imaginados por A. Moles (1967, p. 110) surgen de hipótesis empiristas sensualistas refutadas desde hace tiempo. Esta interpretación supone también que en todo mensaje que se le dirija, el alumno reconocerá lo que es un conocimiento nuevo por aprender... ¡vaya transparencia!

El conductismo (fig. 3) responde a esta objeción proponiendo un esquema de aprendizaje compuesto por dos sub-sistemas: el alumno que influencia (diríamos que obra sobre) el medio, y el medio que « informa » o sanciona al alumno.

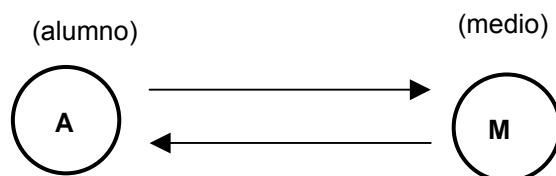


Fig. 3 ..

El alumno, perturbado por la influencia del medio, intenta anular esas sanciones por modificaciones del medio y/o por aprendizajes que lo modifican a él. Claro está, el enseñante es una parte del medio y puede hasta sustituirse a él. Ese esquema supone que el saber puede expresarse bajo la forma de una lista de parejas estímulo-respuesta. Esta tesis ha sido primeramente refutada por Chomsky-Miller a propósito del aprendizaje de la lengua materna, que se ha reconocido como no pudiendo ser engendrada, óptimamente, más que por un autómatata y por un modelo estímulo-respuesta. A pesar de la objeción de Suppes (para todo autómatata existe un modelo E.R. que le es asintóticamente equivalente), las consideraciones de Nelson y Arbib sobre la velocidad de convergencia de esos modelos las ha condenado<sup>10</sup>.

### 6.1.2 Primera descomposición propuesta.

Sin rechazar por ahora las reducciones anteriores, parece que hay que considerar dos tipos de juegos distintos:

- a) Los juegos del alumno con el medio a-didáctico, que permiten precisar cuál es la función del saber antes y durante el aprendizaje. Esos juegos son evidentemente específicos de cada conocimiento.
- b) Los juegos del maestro como organizador de esos juegos del alumno (en tanto que son específicos del saber considerado). Esos juegos conciernen al menor a tres participantes y generalmente a cuatro: (el maestro, el alumno, el entorno inmediato del alumno, el medio cultural). El juego del maestro (figura 4) en cada sistema de acción concreta, define y da un sentido al juego del alumno y al conocimiento.

---

<sup>10</sup> Brousseau-Gabinski (1974) da una presentación bastante completa de esta cuestión y una experiencia (Brousseau-Maysonnave) aporta una verificación experimental que consiste en comparar la velocidad de aparición de ciertos teoremas (en actos) entre los alumnos de diez años con las previsiones de un modelo estocástico de aprendizaje. El acuerdo es conveniente en el caso de una situación simple (curso de 7). Los niños son mucho más rápidos de lo que prevé el modelo, sean cuales fueren los valores de sus parámetros de dirección

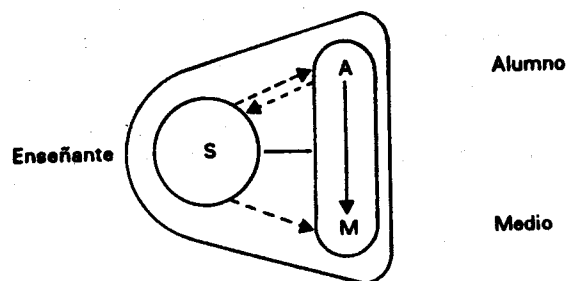


Fig. 4

Se desprende de esta definición que los dos tipos de juegos principales del maestro son *la transmisión* que hemos presentado, y la institucionalización. En la transmisión, el maestro pone al alumno en situación a-didáctica o seudo a-didáctica. En *la institucionalización*, define las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones « libres » del alumno con el saber cultural o científico y con el proyecto didáctico: da una lectura de esas actividades y les da un estatuto. Esos dos géneros de negociaciones son muy diferentes. Las discusiones que preceden han hecho presentir claramente para el primero los elementos de elección, sus envites y sus reglas, que permiten modelizarlo en términos de juegos. El segundo, mucho más ligado al contrato didáctico es el objeto del trabajo en curso. Es preferible volver a ello tras el estudio de la situación a-didáctica.

### 6.1.3 Necesidad del sub-sistema « Medios a-didáctico ».

De esta manera, en el caso general, la situación didáctica no puede ser modelizada como una simple comunicación, o como una simple intención social. Es necesario hacer intervenir otro sistema.

Esta necesidad se desprende de una de las cláusulas del contrato didáctico mismo, que implica el proyecto de su extinción: se sobrentiende, desde el inicio de la relación didáctica, que deberá llegar un momento en que se rompa. En ese momento, al final de la enseñanza, el sistema enseñado se supondrá que puede encarar, con la ayuda del conocimiento aprendido, a sistemas desprovistos de intenciones didácticas. El conocimiento enseñado al alumno se supone que le da entonces la posibilidad de *leer* sus relaciones con esos sistemas como nuevas situaciones *a-didácticas* y por ese medio, darles una respuesta apropiada. El medio es el sistema antagonista del sistema enseñando, o más bien, precedentemente enseñado.

Esta lectura puede hacerse en realidad de diferentes maneras, pero la coherencia exige que la modelicemos bajo la forma de « juego » reconocidos, semejantes a los que conoce el alumno. El sistema enseñado puede entonces tomar decisiones sostenidas por sus conocimientos, y además, establecer entre los dos situaciones, la antigua y la nueva, relaciones de significado. Puede, por lo contrario, leer esas situaciones a-didácticas bajo la forma de juegos nuevos necesitando nuevas respuestas sin referencia con las que conoce. Puede, en todos los casos, ver ahí la ocasión de plantearse problemas nuevos y, también eventualmente, sin respuesta para él.

Inversamente, la situación didáctica debe comprender, realmente o simplemente evocar, una representación de esas futuras relaciones. Ella debe incluir y poner en escena oro sistema, distinto del sistema educativo y que representará « el medio ». A medida del progreso de los alumnos, esta representación cultural y didáctica del medio se supondrá que se aproxima a la « realidad » y las relaciones del sujeto con ese medio deberán empobrecerse en intenciones didácticas.

De ello resultan varias consecuencias:

- La relación didáctica se apoya siempre en hipótesis epistemológicas, conscientes o no, explícitas o no y coherentes o no.
- El análisis de las relaciones didácticas implica la definición o el reconocimiento de esos juegos « fundamentales » y a-didácticos, poniendo en presencia un medio y un jugador, siendo tales esos juegos que el saber – tal saber preciso – aparecerá como el medio de producir estrategias ganadoras. Hace falta para ello disponer de una forma particular y muy concreta de conocimientos epistemológicos.
- En un momento dado de la enseñanza, el alumno se encuentra comprometido por su contrato didáctico, en una relación más o menos real con un medio organizado (al menos en parte) por el sistema educativo. Esa relación ha sido organizada con el fin de justificar la producción pertinente por parte del alumno de comportamientos que son los índices de la apropiación del saber. Es decir que la respuesta del alumno no debe estar motivada por obligaciones ligadas al contrato didáctico, sino por necesidades a-didácticas de sus relaciones con el medio.
- Las relaciones del alumno con el medio puede ser concebidas (en particular por el sistema educativo) como jugando papeles muy diferentes:
  - Por ejemplo la situación a-didáctica puede ser incapaz de provocar algún aprendizaje. Estando contenida toda la virtud didáctica en el contrato didáctico.
  - En el punto opuesto, los efectos recíprocos del medio y del alumno pueden ser esperados como suficientes en ellos mismos para provocar las adaptaciones y los aprendizajes negociados (hablaremos entonces de situación de aprendizaje es el sentido estricto). El sistema educativo se limita entonces a elegir, organizar y mantener relaciones que aseguren la génesis del conocimiento del sujeto. La remisión permanente del alumno a la interrogante del medio no le deja ignorar por mucho tiempo que el contrato pedagógico está vacío de todo contenido didáctico.
  - El caso general es evidentemente intermedio y conjuga un contrato didáctico y una situación a-didáctica que puede ser también una situación de aprendizaje por adaptación.

#### **6.1.4 Estatutos de conceptos matemáticos**

Hemos visto que la producción y la enseñanza de los conocimientos matemáticos pide un esfuerzo de transformación de esos conocimientos en saberes, una despersonalización y una descontextualización que tienden a borrar las situaciones históricas (los juegos) que han presidido su aparición. Sin embargo, esas transformaciones no hacen desaparecer completamente su carácter fundamental que es el responder a los interrogantes: los interrogantes – las motivaciones – cambian, la mayoría desaparecen del cuerpo de la teoría pero subsisten bajo la forma de problemas. Es bastante claro para la mayoría de los profesores de matemáticas que únicamente la solución de problemas puede atestiguar que el alumno ha adquirido, al menos en parte, los conocimientos matemáticos buscados. El campo de los problemas relativos a un conocimiento no cesa a su vez de transformarse a medida que evoluciona una teoría.

Se instaura una especie de dialéctica entre la capacidad de la teoría matemática para resolver más fácilmente el stock de problemas existentes y la capacidad del stock de problemas para hacer funcionar de manera no trivial los conocimientos transmitidos. Esta dialéctica se apoya sobre un necesario equilibrio entre la actividad científica que tiende a plantear nuevas cuestiones para resolver, y de esta manera aumentar el campo de los problemas y de los conocimientos, y la comunicación de esos conocimientos que impulsa a una mejor organización teórica que disminuye la complejidad del campo. Esta reorganización banaliza entonces los problemas antiguos y permite la reducción del campo de los problemas necesarios para la aprehensión de los conocimientos teóricos que pueden entonces plantear nuevas cuestiones.

Este sistema de acciones y de retroacciones no asegura un desarrollo « regular » de las matemáticas pues un equilibrio no puede sino romperse en ese ámbito y provocar los diferentes tipos de actividades. En todo caso, muestra que la correspondencia entre problemas y conocimiento evoluciona, y no es intrínseca. Sólo bajo el control de una teoría de esas relaciones se podrá proponer la enseñanza de las situaciones a-didácticas.

Por otra parte, si se considera la evolución de los conocimientos y de los conceptos matemáticos, es común constatar que ella obedece a menudo a un esquema que tiende a justificar el funcionamiento que acabamos de exponer.

La etapa final, la que pone el concepto bajo control de una teoría matemática, permite definirlo exactamente por las estructuras en donde interviene y las propiedades que satisface. Únicamente esta etapa le da su *estatuto de concepto matemático* y le pone el abrigo de las ambigüedades y de los « errores » - pero no de las repeticiones y de hacerlo a un lado.

Esta etapa es precedida generalmente por un período en donde el concepto es un objeto, familiar, reconocido, nombrado, del que se estudian las características y las propiedades pero al que, por diversas razones, todavía no se ha organizado y teorizado. Así lo son la noción de función en el siglo XIX o la de ecuación en el XVI, o la de variable en XX. El funcionamiento y el papel de esos *conceptos paramatemáticos* es bastante diferente del de *conceptos matemático*. Los primeros son más bien útiles y los segundos objetos en el sentido en que lo entiende R. Douady en su tesis.

Pero se puede decir también, tomando « el punto de vista formal », más « sistemático », que en ausencia de estatuto matemático comprobado, los términos utilizados son útiles que responden a necesidades de identificación, de formulación y de comunicación, y que su uso se apoya en un control semántico. Los matemáticos los utilizan mucho, no porque posean una definición que les daría un control « sintáctico », sino porque « los que conocen bien » y porque no aparecido al respecto ninguna contradicción que obligara a « matematizarlos » más. Este uso paramatemático corresponde a una cierta economía de organización teórica, por tanto de economía para la comunicación, la enseñanza y la solución de problemas. Es muy aceptable en tanto que no aparezcan las dificultades: contradicciones (los fundamentos de las matemáticas a finales del siglo XIX) o campo semántico demasiado extendido (como por ejemplo el concepto de probabilidad justo antes de Kolmogorov). Pero la etapa paramatemática de un concepto es verosímilmente precedida por otro al que Y. Chevallard ha propuesto llamar « protomatemático ».

Se trata entonces de una cierta coherencia de hecho en las preocupaciones de los matemáticos de una época, de puntos de vista, de métodos, de elección de cuestiones que se articulan muy necesariamente en un concepto hoy identificado pero que, en esa época, no lo estaba.

Para que se pueda hablar de concepto, es necesario, claro está, que suficientes índices den testimonio que esas preocupaciones convergentes no han sido el simple producto del azar o de la necesidad matemática, sino también el de una elección de los matemáticos de la época y que esas aproximaciones de cuestiones estaban percibidas por ellos como ligadas, aun si no tenían ningún término para identificarlas. No se trata de confundir conceptos históricos a nombre de su identidad matemática. Por ejemplo, y simplificando mucho, Al-Khwarismi se ocupaba de racionales, pero no

verdaderamente de reales; por lo contrario, Stevin expuso toda la problemática de los reales y el concepto ha alcanzado con él el nivel protomatemático.

Esta hipótesis de un objeto de conocimiento todavía implícita pero reglamentando ya las decisiones en un campo de problemas, reposa de hecho en el conocimiento, a priori, de la posibilidad de interpretar los textos matemáticos con la ayuda de una representación del trabajo del matemático. Ella implica entonces el hacerse cargo no únicamente de las matemáticas, de su historia y de su epistemología clásica, sino también de cierta parte de la dialéctica, en la medida en que ella pretende modelizar ese trabajo.

## 6.2 Necesidad de distinguir diversos tipos de situaciones a-didácticas

Aunque no sea ella ni el original ni la copia, esta clasificación de los diferentes estatutos de un concepto matemático corresponde bastante bien de hecho diferenciación de los sub-sistemas de la situación a-didáctica.

Se trata ahora de establecer:

- una clasificación de las interacciones del sujeto con el medio a-didáctico.
- una clasificación de los tipos de organizaciones de ese medio.
- una clasificación de los tipos de funcionamiento de un conocimiento,
- y una clasificación de los modos de evolución espontánea de los conocimientos.

Cada clasificación deberá justificarse bastante claramente en su propio ámbito:

- por las diferencias importantes y evidentes entre los objetos clasificados,
- por la simplificación que ella puede aportar en su descripción, su análisis y su comprensión,
- por la pertinencia de esta clasificación (y su importancia en relación con otras posibles) para cada ámbito concernido,
- por su carácter completamente exhaustivo.

Las clases obtenidas deben corresponderse y poder organizarse en un hiposistema. Por ejemplo, cierto tipo de interacción es específico de un tipo de organización social y material, favorece cierta forma de conocimiento y puede también hacerla evolucionar.

Esos hiposistemas, así identificados, tienen como objetivo prever y explicar ciertas relaciones entre las interacciones que se observan, (o que se quiere obtener), los conocimientos que se constata o se busca su adquisición, dificultades creadas por el medio, etc. Son pues un apoyo para producir hipótesis falsificables. No se exige que sean exclusivos, una misma situación « real » podrá generalmente presentar varios que corresponderán a los diversos componentes y a los diversos conocimientos en juego. Se supone que ellos van a hacer evolucionar aisladamente los conocimientos y las preguntas del alumno, pero pueden apoyarse unos sobre otros y articularse en procesos o en dialécticas organizadas o espontáneas.

Nada obligará entonces a tomarlos como una norma, un obligación en donde encerrar el funcionamiento del conocimiento y la ingeniería didáctica.



Esas condiciones no serán trivialmente satisfechas, especialmente la correspondencia evocada más arriba no se asegura por adelantado, aun si es posible sospecharla o creerla inevitable. Posteriormente, ella aparecerá evidente pero sus puestas a prueba experimentales han demostrado hasta qué punto esas suposiciones son aventuradas.

El carácter nuevo del objeto de estudio hace difícil la percepción del interés relativo de las cuestiones y la necesidad o la contingencia de las respuestas aportadas.

### 6.2.1 Las interacciones

Las relaciones de un alumno con el medio pueden ser clasificadas al menos en tres grandes categorías:

- los intercambios de juicio (3)<sup>11</sup>.
- los intercambios de informaciones codificadas en un lenguaje (2),
- los intercambios de acciones no codificadas o sin lenguaje: las acciones y las decisiones que actúan directamente sobre otro programa sobre el otro protagonista (1).

Esas categorías están encajonadas, pues un intercambio de juicios es un intercambio de informaciones particulares, y éste un tipo particular de acción y de decisiones. Ellas lo son estrictamente.

- i) Hay interacciones en donde el jugador expresa sus elecciones y sus decisiones sin ningún código lingüístico, por medio de acciones sobre el medio. Asimilaremos a esta clase de interacciones aquellas en las que aparecen mensajes de una codificación tan fácil en relación a la acción que no jugará ningún papel en el juego. Al igual que aquellas en donde hay intercambios de mensajes pero sin relación con la solución del problema. Por ejemplo, el jugador se expresa o mantiene una conversación anodina con un tercero sin esperar una retroacción.

Puede suceder también que el « jugador » sea una pareja de alumnos cooperando en la captura común tras haber intercambiado informaciones y juicios. Pero esta relación compuesta comporta una componente de acción perfectamente identificable a la cual se sobrepone otras interacciones que tienen finalidades locales y temporales. Si el intercambio de información no es necesario para la obtención de la decisión, si los alumnos comparten las mismas informaciones sobre el medio, la componente « acción » es preponderante. (1)

- ii) Por igual, existen interacciones en las que el jugador actúa emitiendo un mensaje en relación a la intención del medio antagonista sin que ese mensaje signifique la intención de emitir un juicio. No se trata solamente de clasificar en esta categoría las órdenes, las preguntas, etc., sino también todas las comunicaciones de informaciones. Ciertamente, la mayoría de las informaciones son implícitamente acompañadas por una afirmación de validez. Pero en la medida en que el emisor no indique explícitamente esta validez, si no se espera ser contradicho o llamado a verificar la información, si el contexto no da cierta importancia a la cuestión de saber si la información es verdadera, cómo y por qué o si esta validez es susceptible de ser establecida sin dificultad, entonces el mensaje será clasificado como

---

<sup>11</sup> "Esos números remiten el mismo tipo de hipótesis: (1) Acción, (2) Formulación, (3) Validación.

simplemente informativo. La información así dada se supone que cambia al menos la incertidumbre del medio y en general su « estado ». (2)<sup>11</sup>

- iii) Existen en fin interacciones en las que los mensajes intercambiados con el medio son aserciones, teoremas, demostraciones, emitidas y recibidas como tales. La diferencia entre una información y una afirmación de validez es suficientemente clara e importante en matemáticas para que sea inútil insistir aquí en ello. Veremos más adelante que esas declaraciones pueden ser ellas mismas de diferentes tipos, según que se refieran a la validez sintáctica o a la validez semántica del enunciado contenido en la aserción, según que intervengan como prueba, demostración o como axiomas o definiciones. Se podría también invocar la validez pragmática, la apreciación sobre la eficacia del enunciado.(3)<sup>11</sup>

No es necesario probar aquí la importancia para la enseñanza del distinguir esos tres tipos de producción esperados por los alumnos.

Son señalados en los trabajos experimentales que este ensayo teórico acompañaba:<sup>12</sup>

- el primero como « acciones > sobrentendido no incluir las formulaciones o las declaraciones de validez que pueden acompañarlas,
- el segundo como « formulación > sobrentendido sin debates de prueba.
- el tercero -el término no es feliz, pero se le utiliza desde hace catorce años - como « validación ».

### 6.2.2 Las formas de conocimientos

Las formas de conocimientos que controlan las interacciones del sujeto han sido el objeto de numerosos enfoques. Todos ellos tienden a oponer lo más explícito y lo más asumido del saber, aquellos que se expresan en el modo « declarativo > (Skemp), por ejemplo en formas más implícitas: las representaciones, los esquemas, los « saber hacer »... que se expresan en un modo más de procedimiento. Hemos añadido en ello una componente más estrictamente lingüística: los códigos y lenguajes que controlan las formulaciones.

- i) Simplificando un poco, las formas de conocimientos que permiten K controlar > explícitamente las interacciones del sujeto relativas a la validez de sus declaraciones, son principalmente sus saberes expresables y reconocidos como tales por el entorno. Se organizan en teorías, en demostraciones y definiciones bien determinadas bajo su forma cultural más acabada (3)<sup>11</sup>

La distinción entre un saber y un conocimiento se apoya antes que nada en su estatuto cultural; un saber es un conocimiento institucionalizado, el paso de un estatuto a otro implica no obstante transformaciones que los diferencian y que se explican parcialmente por las relaciones didácticas que se acumulan a su propósito.

Pero admitiremos como un primer enfoque, que los conocimientos que se pueden hacer explícitos y los saberes intervienen de manera comparable en el control de los juicios del « alumno ». Forman de alguna forma el « código » con la ayuda del cual él construye, justifica, verifica y demuestra sus declaraciones de validez.

---

<sup>12</sup> Brousseau, Les obstacles épistémologiques, tesis de Estado.

Esta justificación se refiere a la vez a la convicción profunda del alumno y a la convención social aceptada.

Las pruebas y validaciones explícitas se supone que se apoyan unas sobre otras hasta la evidencia, pero su articulación no es seguramente automática. Los saberes y los conocimientos se actualizan en una actividad de búsqueda o de prueba según modalidades que la heurística busca descubrir y que la inteligencia artificial intenta reproducir. Por el momento, permanecen bastante inaccesibles al análisis científico y por fuerza al sujeto mismo. Se les puede suponer manejados ellos mismos por representaciones, esquemas epistemológicos o cognoscitivos, modelos implícitos, etc. La diferenciación de los tipos de conocimientos que intentamos no debe ir más allá de lo necesario para organizar el debate didáctico con el alumno. Probablemente la actividad mental rompe esas frágiles distinciones y unifica los modos de control en un pensamiento complejo.

No obstante, es útil conservar la distinción que se hace en lógica entre el enunciado considerado como una expresión bien formada o como un conjunto de realizaciones y la aseveración que encierra ese enunciado en una declaración metateórica sobre la validez, sobre un ámbito dado o su posibilidad deductiva de un sistema de axiomas. Generalizando esta distinción, se compone un juicio:

- de una descripción o modelo expresado en un cierto « lenguaje » o (en cierta teoría) refiriéndose eventualmente a « una realidad » (es decir al dispositivo del juego en curso).
- y de un juicio sobre la adecuación de esta descripción, sobre su carácter de contingencia o de necesidad o sobre su consistencia respecto a conocimientos del sujeto o del medio.

Es muy importante no confundir a priori los conocimientos y los saberes, objetos de una actividad de construcción por parte del alumno, con los conocimientos que describen las relaciones que buscamos establecer aquí bajo un aspecto unificado o idéntico, esas distinciones son muy evidentes en los trabajos sobre el « pensamiento natural » que hemos utilizado en varias investigaciones y especialmente los de A. Wermuz.

- ii) La formulación de las descripciones y los modelos de que se trata, está reglamentada por un tipo de código totalmente diferente. Aun si la teoría de los lenguajes permite unificar la construcción de un enunciado y la demostración de un teorema, el recurso constante, en la actividad matemática, al lenguaje natural y a toda suerte de otros tipos de representaciones como los dibujos y las gráficas, exige distinguir para ellos códigos y modos de control propios (2)\*\*
- iii) Los diferentes tipos de representaciones o los teoremas en actos que rigen las decisiones del sujeto no son muy fáciles de identificar, aun cuando parecen formulables o pueden hacerse explícitos por el sujeto. Pero numerosos trabajos empiezan a mostrar cómo las regularidades de comportamientos pueden dar acceso a ese tipo de < modelos implícitos >. La importancia que juegan en las adquisiciones sigue siendo un problema ampliamente abierto, muy frecuentemente abordado de manera muy estrecha. Es seguro que esas formas de conocimiento no funcionan ni de manera completamente independiente, ni de manera completamente integrada para controlar las interacciones del sujeto. El estudio de las relaciones que se establecen entre esos tipos de control en la actividad del sujeto y del papel que juegan en las adquisiciones, es un sector de

la psicología, esencial para la didáctica, un estudio al que la didáctica pretende además contribuir. (1)<sup>11</sup>

### 6.2.3 La evolución de esas formas de conocimiento: el aprendizaje

Los conocimientos evolucionan según procesos complejos. Querer explicar esas evoluciones únicamente por las interacciones efectivas con el medio, sería ciertamente un error pues muy pronto los niños pueden interiorizar las situaciones que les interesan y « operar » con sus representaciones « internas », experiencias mentales muy importantes. Reglamentan en esta forma tanto los problemas de asimilación (aumento de esquemas ya adquiridos por la agregación de hechos nuevos) o de acomodación (reorganización de esquemas para aprender cuestiones nuevas o para resolver contradicciones). Pero la interiorización de esas interacciones no cambia mucho la naturaleza: el diálogo con un oponente « interior » es ciertamente menos fortificante que un diálogo verdadero, pero es un diálogo. ¿Existen formas de aprendizaje y de evolución de los conocimientos distintas según los tipos que acabamos de exponer? ¿Los conocimientos teóricos se aumentan y se reestructuran como los lenguajes y como los modelos implícitos? ¿Qué papel juegan las diferentes formas de conocimientos en la adquisición de los diversos tipos?

En matemáticas, existe un modo « convencional » de crecimiento de conocimientos por el juego de definición de objetos nuevos de los que se hace el inventario de las propiedades que sirven para plantear nuevas cuestiones que introducen definiciones, etc. Si ese modo « axiomático y formal » no puede retenerse como modelo global, aun restringiéndose a los saberes, no puede ser enteramente rechazado, al menos como modelo local. No puede sin embargo extenderse al aprendizaje de las representaciones.

En el punto opuesto, los modos de aprendizaje del género estocástico, fundamentados sobre la repetición, no parecen tampoco adaptados a los conocimientos complejos (de alto nivel taxonómico). Las descripciones de la adquisición del lenguaje por los niños pequeños (como la propuesta por E. Alarcos Llorach<sup>13</sup>) ponen en evidencia que las producciones propias al sujeto (como el balbuceo) aparecen espontáneamente, pero casi como ejercicios, es como ellas se insertan en las relaciones con el medio y ahí se ajustan naturalmente o son corregidas por intervenciones bastante variadas. Las etapas de esta adquisición son sólo comprensibles por el estudio global de las relaciones del sujeto con su medio. Por ejemplo, el paso de la palabra-frase a la frase compuesta de varias palabras no es una simple concatenación.

Una discusión porfiada del interés de distinguir formas de adquisiciones específicas de las diferentes formas de saber evocadas antes, escapa al marco de este texto. Para lo esencial, no aparece ninguna contradicción con los modelos epistemológicos que Piaget añade a su teoría sobre el sentido del equilibrio, ni con los conceptos de Bachelard. Por lo contrario, hemos mostrado en varios estudios precisos que la clasificación de los tipos de situaciones podía esclarecer esas teorías y prolongarlas<sup>14</sup>

Hay que insistir sobre el carácter « dialéctico » de esos procesos: las concepciones anteriores de los alumnos y los problemas que les propone el medio conducen a nuevos conceptos y a nuevos problemas cuyo sentido es fundamentalmente local.

---

<sup>13</sup> En "langage" enciclopedia de la Pléiade.

<sup>14</sup> G. Brousseau, *Les obstacles épistémologiques*, tesis Estado.

Uno de los principales argumentos a favor de modos de evolución diferentes para los diferentes modos de conocimientos es el que hemos expuesto más arriba y que se apoya en la historia de las matemáticas y en la epistemología: la evolución de conceptos protomatemáticos, la de los conceptos paramatemáticos y la de los conceptos ya matematizados es diferente. Inversamente, el estudio de la evolución de los conocimientos de los alumnos, a condición de que sea convenientemente apoyada por el análisis de las condiciones referentes a las situaciones, puede aportar un esclarecimiento interesante sobre los procesos históricos y constituir una especie de epistemología experimental. Es eso lo que hemos intentado demostrar en numerosos trabajos experimentales<sup>15</sup>.

#### 6.2.4 Los sub-sistemas del medio

El hecho de que los diferentes tipos de interacciones con el medio y que las diferentes formas de conocimientos se justifican a priori e independientemente, permite ya discutir las particularidades del medio que le son necesarias.

Por las preguntas del género: « ¿Por qué el alumno diría o haría ésto en vez de aquello? ¿Qué debe ocurrirle si lo hace o no lo hace? » « ¿Qué sentido tendrá la respuesta si se le proporciona? », es posible desprender las condiciones más importantes que esas tipologías imponen al medio.

No obstante, aquí también, las categorías son bastante evidentes:

- (3) ¿Comprende el medio o no a un oponente (o a uno que propone) a quien el sujeto debe confrontarse para alcanzar el fin fijado en un intercambio de opiniones?
- (2) ¿Comprende el medio un receptor de mensajes que el alumno debe emitir para alcanzar el fin buscado?

La respuesta a esas dos preguntas determina las disposiciones del medio, y reglas del juego totalmente diferentes.

Examinémosla subrayando que por el momento, el medio del que se trata es un medio real y no invocado o simulado, y que se supone que el profesor no interviene. Queda claro en ese caso que las condiciones anteriores corresponden a diferencias muy importantes de la organización de la clase o del medio. Encontrar de qué hablan y sobre qué actuar son quizá los problemas principales del alumno.

#### 6.8 Primer estudio de los tres tipos de situaciones a-didácticas

##### 6.3.1 Esquema de la acción

La figura 1 simboliza el modelo general de la acción sin interlocutor.

Ella permite ya proporcionar una red de lectura de una situación real de enseñanza.

- ¿Está percibido el « contrincante » (el medio) como desprovisto de intenciones didácticas?

---

<sup>15</sup> G. Brousseau, *Problèmes de didactique des décimaux*.

- El alumno tiene que escoger efectivamente cada vez un estado entre varias posibilidades. ¿Sabe entre cuales?
- ¿Puede perder el alumno? ¿Lo sabe? ¿Conoce por adelantado el estado final (la clase de estados finales) en particular el estado final ganador?
- ¿Conoce las reglas precisas del juego sin conocer una estrategia ganadora? ¿Se le pueden enseñar las reglas sin darle una solución? (¿tiene una estrategia final por hacer?)
- ¿Puede perder el alumno? ¿Lo sabe? ¿Conoce por adelantado el estado final (la clase de estados finales) en particular el estado final ganador?
- ¿Conoce las reglas precisas del juego sin conocer una estrategia ganadora? ¿Se le pueden enseñar las reglas sin darle una solución? (¿tiene una estrategia final por hacer?).
- ¿Es necesario el conocimiento buscado para pasar de la estrategia de base a una estrategia mejor (u óptima)? ¿Es ella el medio principal de ese pasaje?.
- ¿Puede volver a empezar? ¿Es la anticipación « premiada » en el juego?.
- ¿Tiene el alumno una oportunidad para encontrar por él mismo la estrategia buscada si la toma prestada ( a otro alumno ).
- ¿Las < respuestas > (a-didácticas) del sistema a las elecciones desfavorables del alumno son sin embargo pertinentes para la construcción del conocimiento (dan indicaciones específicas del error)?.
- ¿Son posibles los controles de las decisiones (el alumno es llevado a notarlos, a observarlos)?.
- ¿Es la actitud reflexiva útil o necesaria para progresar en la solución?.

Con esos últimos puntos nos aproximamos a las condiciones límites de una situación de acción: considerar la validez de una solución proviene de una situación de validación; ciertamente, un alumno que reflexiona naturalmente en su juego está en una situación a-didáctica efectiva de acción, pero interioriza y simula de alguna manera una situación de validación. Si el enseñante es llevado a querer que el alumno tenga esta postura reflexiva, el encantamiento (« ¡Reflexiona! Observa lo que has hecho... ») podrá no bastar y el maestro deberá comunicar su deseo didáctico por medio de una situación de validación.

*El principio, que representamos en un primer enfoque por una incertidumbre en el sentido de la teoría de la información, es una de las condiciones más importantes que surgen así a la luz. La distinción entre la situación didáctica y la situación a-didáctica permite concebir para el alumno, situaciones abiertas de enseñanza del pensamiento matemático, porque ya está < hecho >. La manipulación de este inicio a nivel de una clase completa es un problema técnico delicado, pero accesible: por ejemplo, hacer de manera que la búsqueda de cada alumno no sea entorpecida por el trabajo de otro es un problema didáctico (y no de pedagogía).*

Esta red de lectura puede servir también para la concepción de situaciones didácticas nuevas. Cada juego propuesto puede ser examinado y comparado a los que ya se conocen.

Es posible fijar problemas de ingeniería, (le clasificar dispositivos conocidos y reagrupar desde el punto de vista de esta modelización, las producciones semejantes, y prever nuevas. El problema esencial que sigue siendo del ámbito experimental es el de la importancia de la realización, o no, de las condiciones así propuestas, como desprendiéndose lógicamente o sistemáticamente de las posibilidades del modelo.

Las variables que así aparecen tienen razones teóricas para ser pertinentes, que cálculos económicos de complejidad, o de eficacia pueden precisarlas. La confrontación con la contingencia o con la experiencia tal como es practicada en la mayoría de las investigaciones es insoslayable.

El modelo, bajo este punto de vista, juega su papel desde hace ya diez años, su eficacia queda atestiguada por el número de situaciones de enseñanza originales que no cesa de producir.

Cuando las propiedades de una situación capaz de justificar (o de provocar) la puesta en acción de un conocimiento específico se conocen mejor, es posible estudiar las posibilidades que tiene la primera de hacer evolucionar a la segunda. Las variables didácticas son aquellas que influyen sobre el aprendizaje y de las que el enseñante puede elegir su valor (Ingeniería - Investigación sobre la enseñanza del cálculo numérico). Numerosos problemas de aprendizaje han sido estudiados con la ayuda de ese modelo. (Véase un párrafo especial de la bibliografía.)

#### 6.8.2 Esquema de la comunicación

El < medio > comprende un sistema receptor y/o emisor con el cual el jugador intercambia mensajes.

Supondremos aquí que el objeto de esos mensajes no es actuar sobre el receptor (cambiarlo, adquirir poder sobre él, oponérsele, etc.) sino *actuar* por su intermedio sobre el dispositivo « medio ».

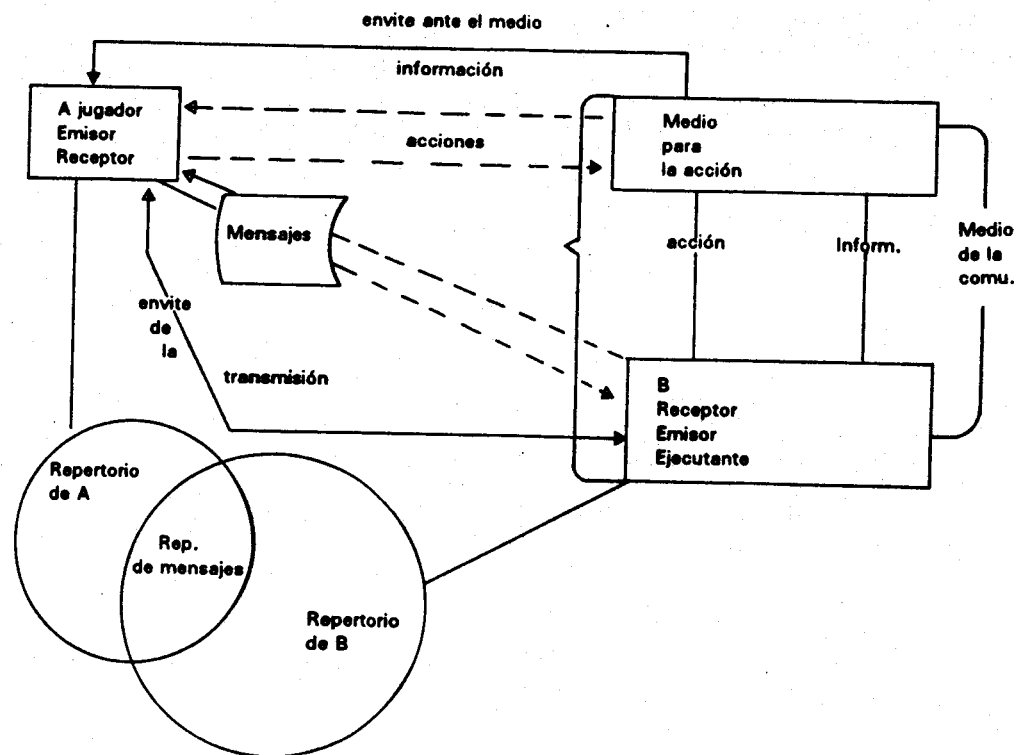


Fig. 5

El alumno está siempre comprometido en un juego con un dispositivo medio, desprovisto de intenciones didácticas. Si tuviera a la vez informaciones y medios de acción suficientes para elegir sólo los estados del « medio », sus mensajes, no teniendo ninguna finalidad en el juego, podrían ser cualesquiera. Suponemos también por el momento que no hay más que un único jugador A. El receptor no tiene otro envite que servir al jugador B y no hace personalmente ninguna elección.

Los diferentes casos son evidentes:

- medios de acción insuficientes. A debe describir la acción que B debía efectuar y a menudo también una parte del medio para que el mensaje sea inteligible.
- informaciones insuficientes para A pero medios suficientes, es B quien debe describir el medio y A, decodificar la descripción y dirigir la observación.
- item • medios de acción e informaciones insuficientes para A...

En el primer caso, por ejemplo para A, el sentido del mensaje (la información contenida necesaria al juego) que él envía a B, puede ser representado por el pasaje (la pareja) de las elecciones de acción que el juego ofrece a B a aquel elegido por A.

En el segundo, es el paso de las elecciones consideradas por A, antes de la aportación de información de B a las que considera después.



El hecho de que B sea también un jugador, puede tener una cierta importancia, pues disminuye la libertad de A y por tanto el sentido de su acción. Claro está que hace falta que coopere con A. El esquema no es diferente hasta que los papeles queden bien identificados o indiferenciados (pero entonces un jugador no puede dejar al otro ninguna elección por hacer, ni ninguna acción).

Los mensajes intercambiados están bajo el control de códigos lingüísticos, formales o gráficos y por tanto los hacen funcionar.

El envite de la comunicación misma se expresa por las retroacciones que ejercen uno sobre el otro los dos interlocutores, para asegurarse que se han entendido. *Sus* exigencias se referirán a la conformidad al código (mínima para la inteligibilidad del mensaje) la ambigüedad, la redundancia, la falta de pertinencia (de las informaciones superfluas) y la eficacia (las características óptimas) del mensaje.

Combinando juiciosamente un medio (un juego en el sentido 4) y condiciones convenientes de intercambio del mensaje (por ejemplo refiriéndose al canal), es posible influenciar el tipo y el sentido de los mensajes obtenidos del jugador.

Es posible también hacer evolucionar al código mismo: pasar de una formulación en lenguaje natural a un enunciado formal, o a metáforas con descripciones matemáticas.

Esos resultados han sido obtenidos en varias investigaciones, pero hay que esperar también desengaños a causa de la enorme capacidad de invención semiológica de los niños.

Ese esquema de situaciones a-didácticas presenta cierto interés para dar sentido (o para analizar el sentido de) un mensaje, de una fórmula. Tomemos un ejemplo completamente teórico y un poco provocativo: busquemos una organización social (teórica) para hacer aparecer la emisión (por un niño de 5 o 6 años para fijar las ideas) de la fórmula «  $C\ 13 = 9 + 4$  » tomada como información y (no como aseveración). Es preciso que el emisor  $E$  de la fórmula se dirija a un destinatario  $D$ . Si  $D$  conoce el significado de 13 y el de  $9 + 4$  el mensaje no puede aportarle eventualmente una información más que sobre « = » paradigma de un conjunto muy restringido: ( =, =). El enunciado será más informativo si uno de los dos términos no es conocido por el destinatario, por ejemplo si el alumno describe convencionalmente un cálculo. (9 es conocido así como 4, el resultado de su suma es 13).

Pero si se considera que el primer término es él mismo un mensaje, el mensaje debe ser emitido por un emisor.  $E_1$  para un destinatario  $D_1$  con el fin de informarlo por ejemplo sobre el estado de un stock.  $9+4$  es un mensaje emitido por  $E_2$  a la intención de  $D_2$  en un código *diferente* para informarlo sobre el estado de otro stock o del mismo, entonces, el mensaje completo informa a  $D_1$  que los dos mensajes 13 y  $9+4$  designan el mismo objeto. No queda ya más que encontrar un juego que haga más plausible ese funcionamiento de 6 personas.

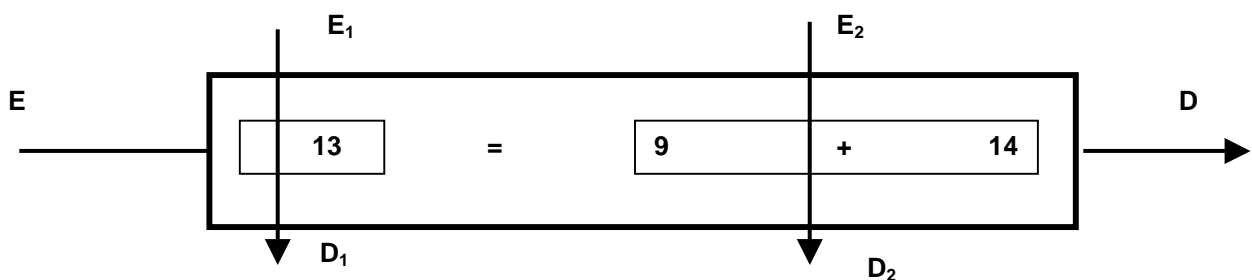


Fig. 6

¿Por qué habría necesidad de saber si los dos mensajes en « lengua 1 » y en « lengua 2 » designan o no el mismo objeto...?

Ese tipo de razonamiento no conduce siempre a un juego utilizable en clase (es ese el caso aquí), aun cuando se hayan hecho ensayos, pero es un medio muy eficaz para analizar el sentido de las producciones de los alumnos y para proponer medios de control.

Las variantes son fácilmente consideradas como la autocomunicación que conduce más cómodamente para guardarlo en la memoria, en códigos personales. El paso de lo oral a lo escrito, o de la gráfica al discurso han sido a menudo observados y han dado lugar al estudio de la influencia de numerosas variables<sup>16</sup>.

Utilizar el lenguaje matemático de manera precisa en comunicaciones deliberadas entre alumnos es ciertamente uno de los mejores resultados pedagógicos de ese tipo de situaciones. Hay que subrayar la importancia:

- de la calidad del juego con el medio con el fin de asegurar y mantener la pertinencia y la riqueza del discurso de los alumnos,
- de la frecuencia de empleo que suscita en las comunicaciones,
- de la posibilidad de analizar los mensajes producidos.

### 6.3.3 Esquema de la validación explícita

Las situaciones de comunicaciones convenientes favorecen la aparición de mensajes que pueden tener una forma muy cercana al discurso matemático y que son concretamente significativas para cierto « medio ». Pero esos mensajes no tienen el sentido de un texto matemático. Las situaciones de validación van a poner ante sí a dos jugadores que se enfrentan a propósito de un objeto de estudio compuesto de mensajes y descripciones que el alumno ha producido por una parte, y del medio a-didáctico que sirve de referencia a esos mensajes por la otra (figura 7). Los dos jugadores son alternativamente uno que « propone » y un « oponente »; ellos intercambian aseveraciones, pruebas y demostraciones a propósito de la pareja « medio/mensajes ». Esa pareja es el nuevo dispositivo, el « medio » - el juego en el sentido 4 - de la situación de validación. Puede presentarse como un problema acompañado de sus tentativas de soluciones, como una situación y su modelo, o como una « realidad » y su descripción...

Mientras que el informante y el informado tienen relaciones disimétricas con el juego (uno sabe una cosa que el otro ignora), el que propone y el oponente deben estar en posiciones simétricas, tanto en lo que concierne a las informaciones y los medios de acción de que disponen en el juego y en los mensajes, como en lo que concierne a sus relaciones recíprocas, los medios de sancionarse mutuamente y los envites con respecto a la pareja medio/ mensaje.

---

<sup>16</sup> Cf. *La création d'un coda à l'école maternelle et L'enseignement de la géométrie*

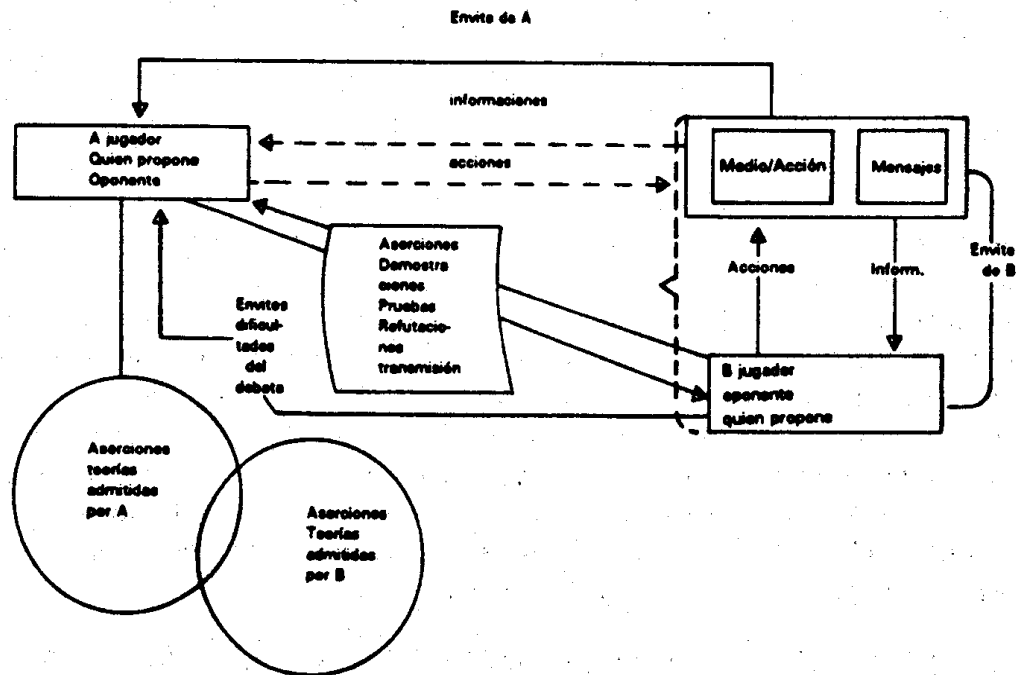


Fig.7

La didáctica se encuentra ante el desafío de producir situaciones que permitirán al alumno poner en acción los saberes y los conocimientos matemáticos como medios efectivos de convencimientos (y por tanto para convencerse) al tiempo que lo llevan a rechazar los medios retóricos que no son pruebas buenas o refutaciones.

El sentido exacto de las declaraciones de matemáticas está condicionado por este abanico de elecciones: lo que dice un teorema es también lo que contradice, lo que dice una demostración es, no solamente lo que ha sido supuestamente admitido por quien propone y el oponente, sino también lo que habría podido ser impugnado. El discurso matemático se construye parcialmente en contra de otros procedimientos de adquisiciones de creencia y de conocimiento y no solamente con.

Precisemos el juego de la prueba.

« A » propone un enunciado: es la declaración de una propiedad cuyo conocimiento es útil para dominar las relaciones (de A o de B) con el medio, el envite fundamental es siempre « ganar » en un cierto « juego ».

« B », si quiere aceptar y servirse, debe:

- ya sea « pagar ». A cada vez, es un reconocimiento de validez pragmática,
- o bien « pagar » de una vez por todas aceptando la proposición como verdadera.

Pero puede también adoptar el proceso de refutación si piensa que la declaración de A es falsa. Refutación pragmática: si puede « obligar » A a jugar un tiro decepcionante de su enunciado. Si la declaración es falsa y si la situación es correcta, el tiro debe ser perdiendo (lo que no es fácil de obtener). Es el dispositivo que hace funcionar el contra-ejemplo. B puede obligar A a jugar su tiro perdiendo tan frecuentemente como tiene turno (que le toque jugar) hasta que A retire su declaración. Refutación intelectual. B puede también proponer a A un negocio: puede proponerle una refutación explícita de su declaración inicial, esta refutación puede economizarle una costosa obstinación. Si A acepta (él paga un poco a priori), por ejemplo desistiendo de su tiro, B se convierte a su turno en quien propone. A acepta la refutación, o la rechaza... Los argumentos son siempre los que el oponente puede recibir- al igual que en toda comunicación el repertorio debe ser el del receptor para que el mensaje sea comprendido. Así se crea < de facto > una teoría, en tanto que conjunto de observaciones aceptadas por los dos jugadores. Puede ocurrir en cada momento que uno de ellos descubre que un conocimiento no es compartido, cuando que creía que su contrincante podía disponer de ello. Todas las aserciones de la < teoría > son así susceptibles de verse aclaradas e impugnadas. La teoría misma es un objeto de estudio y de construcción.

Los medios técnicos de esas demostraciones y los argumentos pueden ser de orden semántico - adecuación al < medio >, al problema - o de orden sintáctico a varios niveles: articulación y validez matemática, constitución lógica y hasta formal del argumento. Pero también de orden epistemológico, como lo demuestra Lakatos<sup>17</sup>.

El uso de situaciones de prueba restaura un entorno socio-cultural que da espesor al discurso matemático. Las situaciones de validación pueden ayudar al profesor, hacer vívida en una clase una auténtica pequeña sociedad matemática. Pero al restaurar un sentido, se toma el riesgo de aumentar las dificultades de aquellos que no entrarán a ese juego, y para quienes el teorema y aun las demostraciones no son más que saberes como otros que se exhiben en la demostración. Una situación de validación no es, a priori, la mejor de las situaciones de aprendizaje de saberes institucionalizados. Ella puede hasta suscitar obstáculos didácticos y resucitar obstáculos epistemológicos molestos. Sin embargo es esencial como paradigma de otras situaciones matemáticas. Es lamentable, por ejemplo, que la geometría enseñada en la secundaria no utilice ese proceso, cuando que ella puede justificarse como primer ejemplo del pensamiento axiomático ante un campo naturalmente dominado por otros medios. La matematización dada completamente hecha, es aquí contradictoria con el objetivo didáctico anunciado.

Al lado de sus propiedades epistemológicas o didácticas, esas situaciones sociales pueden presentar ventajas interesantes en el ámbito de la motivación de los alumnos - motivaciones bastante frecuentemente transferibles.

Esta motivación puede manifestarse no sólo en el caso en que la situación es realmente organizada y efectivamente vivida, sino también cuando es simulada, relatada o interiorizada.

Los alumnos cooperan en la medida en que llegan a compartir el mismo deseo de esperar una verdad.

Ellos deben recibir, a priori, con respeto, el punto de vista de su oponente y defender el suyo sin falsa modestia, por todo el tiempo necesario hasta que sean convencidos de lo contrario; pero si se revela que están equivocados, deben aprender a cambiar inmediatamente de postura, sin amor propio desplazado y sea cual fuere el precio social.

---

<sup>17</sup> Lakatos, Preuves et réfutations, traduc. al francés de Laborde et Balacheff (Hermann).

Esas situaciones muestran la fijación profunda de la actividad matemática en el pensamiento racional y la importancia educativa de su envite que rebasa el simple ámbito del aprendizaje de conocimientos. En las situaciones concretas que se desprenden de ese modelo, cuando son explotables, el carácter un poco formal de esta < competencia > desaparece. Las dificultades quedan muy presentes pero no aparecen con aridez.

\*\*\*\*\*

La continuación del texto incluirá el final del estudio de las situaciones adidácticas; el de su funcionamiento temporal: el funcionamiento autónomo de cada tipo (dialécticas de la acción, de la formulación y de la validación) y las dialécticas intertipos (dialéctica útil-objeto, obstáculos ontogenéticos y epistemológicos).

Esos estudios exigirán una profundización de la descripción de las relaciones del sujeto con su medio y con el conocimiento (complejidad del instrumento y de su empleo, análisis del sentido...).

A continuación podrá emprenderse el estudio de las situaciones didácticas propiamente dichas: las relaciones entre la situación didáctica y su parte a-didáctica (institucionalización, dedidactificación) y el estudio del contrato didáctico mismo.

Es probable que para ser aceptada, esta construcción deberá estar acompañada por ejemplos y aplicaciones precisas que existen actualmente pero bajo una forma demasiado dispersa, y de pruebas más reproducibles de las que disponemos actualmente, lo que exigirá también nuevos desarrollos metodológicos.

Será quizá posible entonces hacer la relación con las dificultades externas de las que hablamos antes y cuyo estudio se desarrolla rápidamente.

## REFERENCIAS A EJEMPLOS DE SITUACIONES ANALIZADAS

BALACHEFF N., Estudio de la elaboración de explicaciones por alumnos de 6e (lo. de secundaria) a propósito de un problema combinatorio. Relación de investigación No. 224. Laboratorio I.M.A.G., Grenoble, 1981.

BALACHEFF N., Prueba y demostración en matemáticas en el colegio, in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 3.3, 1982, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BERTHELOT C., BERTHELOT R., Algunas aportaciones de la teoría de las situaciones a la introducción de la noción de límite en clase de première (5o. de preparatoria), memoria del 3é cycle, Burdeos 1, 1983.

BESSOT A., RICHARD F., Mando de variables en una situación didáctica para provocar la ampliación de los procedimientos, papel del esquema, tesis de 3<sup>é</sup> cycle, Burdeos I, 1979.

BRIAND J., Situación didáctica y logicial de enseñanza, memoria de D.E.A., Burdeos 1, 1985.

BROUSSEAU G., Problemas de didáctica de los decimales, in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 2.1, 1981, La Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU N., BROUSSEAU G., Racionales y decimales, IREM de Burdeos, 1987.

EL BOUAZZAOUI, Estudio de situaciones escolares de las enseñanzas del número y la numeración, tesis de 3<sup>é</sup> cycle, Burdeos I, 1982.

MAUDET C., Las situaciones y los procesos del aprendizaje de una función lógica, tesis de 3<sup>é</sup> cycle, Burdeos I, 1982.

MOPONDI B., El sentido en la negociación didáctica. Noción de proporcionalidad en el curso medio (5o. y 6o. de primaria), tesis de 3<sup>é</sup> cycle, Burdeos 1, 1986.

GALVEZ G., El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano, tesis, México, 1985.

KATAMBERA I., Sobre la solución de los problemas de sustracción en el curso elemental (1o. a 4o. de primaria), tesis de 3<sup>é</sup> cycle, Burdeos 1, 1986.

PEREZ J., Construcción de un código de designación de objetos, tesis de 3<sup>é</sup> cycle, Burdeos II, 1984.

QUEVEDO DE VILLEGAS B., El papel de la enumeración en el aprendizaje de contar, tesis de 3<sup>é</sup> cycle, Burdeos I, 1986.

RATSIMBA-RAHJON H., Estudios de dos métodos de medidas racionales y situaciones didácticas, tesis de 3<sup>é</sup> cycle, Burdeos 1, 1981.

ROUCHIER A., Situaciones y procesos didácticos en el estudio de los números racionales positivos, in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 1.2, 1980, pp. 225-275, La Pensée Sauvage, Grenoble.

## BIBLIOGRAFIA

ALARCOS LLORACH, E., L'acquisition du langage par l'enfant, in *Le Langage* Encyclopédie de la Pléiade, N.,R.,F., París.

ARTIGUES, M., Contribution á L'étude de la reproductibilité des situations didactiques, tesis, París VII.

BACHELARD, G., *La Formation de l'esprit scientifique*, Vrin, París, 1977.

BOURDIEU, P., *Les con sur la les con*, Ed. de Minuit, París, 1982.

BOURDIEU, P., *Le sens pratique*, Ed. de Minuit, París, 1982.

BROUSSEAU, G., La théorisation des phénomènes d'enseignement des Mathématiques, tesis, Burdeos I, 1986.

CHEVALLARD, Y., *La Transposition Didactique*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 1985.

CHEVALLARD, Y., Esquisse d'une théorie formelle du didactique, in *Proceeding du colloque franco-allemand de didactique des mathématiques*, 16-21, nov. 1986, C.I.R.M., Marsella.

CHEVALLARD, Y., MERCIER, A., Sur le temps didactique, Occasional Páper, I.R.E.M. de Aix-Marseille, 1983.

CHEVALLARD, Y., MERCIER, A., La notion de situation didactique *in* Proceeding de la troisième école d'été de didactique des mathématiques, Olivet, 1984, I.M.A.G., Grenoble.

COQUIN, D., Décomposition d'une notion mathématique en vue de son enseignement et ordre d'acquisition, tesis de 3<sup>e</sup> cycle, Burdeos 1, 1982.

CROZIER, M., FRIEDBERG, E., *L'acteur et le système*, Seuil, París, 1977.

DIDEROT, *La parodre sur le comédien*, Flammarion, París, 1977.

DIENES, Z., *Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématiques*, O.C. D.L. París, 1970.

DOUADY, R., Rapport enseignement apprentissage: dialectique outil-objet, Jeux de cadres, tesis, París, 1984.

ECO, U., *L'estructure absente*, Mercure de France, París, 1972.

EULER, L., *Lettres á une princesse d'Allemagne*.

FOUCAULT, M., *L'archéologie du savoir*, Gallimard, París, 1969.

GLAESSER, G., La Didactique expérimentale des mathématiques, curso de 3er. ciclo, Universidad Louis Pasteur, Estrasburgo, 1986.

GONSETH, F., *Les mathématiques et la réalité. Essai sur la méthode axiomatique*, A. Blanchard, París, 1936, 1974.

KILPATRICK, J., WIRSZUP, i. (eds), Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics (14 vols.), N.T.C.M., 1977.

LABORDE, C., Langue naturelle et écriture symboliquement deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique, tesis, Universidad de Grenoble, 1982.

LAKATOS, I., *Preuves et réfutations*, Hermann, París, 1984.

MOLIERE, *Le Bourgeois Gentilhomme*.

PAGNOL, M., *Topaze*.

PAPY, G., *Méthématiques I*, Dider, París, Bruselas, 1964.

POLYA, G., *Comment poser et résoudre un problème*.

WALISER, B., *Systèmes et modèles*, Seuil, París, 1977.

WATZLAWICK, P., HELMICK BEAVIN, J., JACKSON, D., *Une logique de la communication*, Seuil, París, 1978.

WERMUZ, H., Esquisse d'un modèle des activités cognitives *in* Dialectica, Ginebra, vol. 32, No. 3-4, 1978.

- El original presenta un problema fonético intraducible, ya que Pagnol describe cómo Topaze emplea la liaison francesa para sugerir a su alumno la existencia de la « s » que no ha puesto. (N. del T.).

1. Cartas a una Princesa de Alemania.

2. Círculos de Euler, diagramas de Venn, « patatas » de Papy.

\* El autor hace un juego de palabras con « bout », punta, y la expresión « bout de temps », hace un buen rato. N. del T.

3. El propósito de las investigaciones de Y. Chevallard y A. Mercier.

\* Esta cuestión se estudia en el artículo « Didáctica de los decimales »: lo anticuado de las situaciones, luego retomada por M. Artigue en su tesis sobre la reproductibilidad.

4. En el sentido en que desaparece de ella la intención de enseñar (siempre es específica del saber). Una situación pedagógica no es específica de un saber no sería llamada a-didáctica, sino solamente no didáctica.

5. Cf. Polya, « Comment poser et résoudre un problème? » (¿Cómo plantear y resolver un problema?)

6. Es decir unas a las que el alumno no supiera responder a priori, pero que podrá hacerlo luego que tenga una solución y que sabrá si ella es exacta sin recurrir al maestro.

7. Cf. « Ingénierie et didactique ».

\* « Deus ex machina » es una expresión de teatro que se refiere a la intervención inesperada de un personaje que resuelve sorpresivamente una situación. (N. del T.)

8. He utilizado esas definiciones en varios casos y especialmente en el estudio de las estrategias de mediciones con H. Ratsimba-Rajohn. Se encontrará en su tesis una redacción mucho más detallada con varios ejemplares interesantes, así como en la tesis de A. Bessot y F. Richard.

9. L'acteur et le système, p. 216.

10. Brousseau-Gabinski (1974) da una presentación bastante completa de esta cuestión y una experiencia (Brousseau-Maysonnave) aporta una verificación experimental que consiste en comparar la velocidad de aparición de ciertos teoremas (en actos) entre los alumnos de diez años con las previsiones de un modelo estocástico de aprendizaje. El acuerdo es conveniente en el caso de una situación simple (curso de 7). Los niños son mucho más rápidos de lo que prevé el modelo, sean cuales fueren los valores de sus parámetros de dirección.

11. Esos números remiten al mismo tipo de hipótesis: (1) Acción, (2) Formulación, (3) Validación.

12. G. Brousseau, Les obstacles épistémologiques, tesis de Estado.

13. En « langage » enciclopedia de la Pléiade.

14. G. Brousseau, Les obstacles épistémologiques, tesis de Estado.

15. G. Brousseau, Problèmes de didactique des décimaux.

16. Cf. La création d'un corle à l'école maternelle et L'enseignement de la géométrie.

17. 1 Lakatos, Preuves et réfutations, traduc. al francés de Laborde et Balacheff (Hermann).